



Universidad Carlos III de Madrid

## **TRABAJO FIN DE GRADO**

# *Estudio experimental de las vibraciones de un eje con defectos*

Grado en Ingeniería Mecánica

Autora: Bidatz Zalakain Astiazaran

Tutora: María Lourdes Rubio Ruiz de Aguirre

Junio de 2013

## Agradecimientos

Doy las gracias a la tutora de este trabajo, María Lourdes Rubio Ruiz de Aguirre, por la dedicación y el tiempo que ha invertido para que el trabajo pudiera salir adelante.

Por otro lado, quisiera agradecer a los familiares y amigos el apoyo mostrado. En especial a mi madre, que siempre me ha animado para poder seguir adelante.

Por último me gustaría dar las gracias también a la gente que ha hecho que el último año del grado, que he tenido la oportunidad de hacerlo en la Universidad Carlos III de Madrid, fuera más llevadero.

Gracias.

## Resumen

En este trabajo se ha analizado la influencia que una fisura puede tener en el modo de vibrar de una viga experimentalmente. Para ello se ha medido la frecuencia natural de la viga experimentalmente en diferentes condiciones y diferentes vigas de tamaño y profundidad de fisura, y se ha comparado con la teoría adecuada en cada caso. En el caso de las vigas con fisura, se ha tenido que utilizar una teoría que no es válida para vigas de sección circular, pero se ha considerado que era la que más se acercaba y que sirve para tener datos orientativos. Entre los componentes analizados, cinco han sido vigas fisuradas y también se ha analizado una viga sin fisura. Para poder analizar los dos casos y sacar las conclusiones

Para realizar las mediciones experimentales se ha podido utilizar un laboratorio del departamento de mecánica de la escuela politécnica, donde se han podido utilizar todos los recursos necesarios, ya que una de las razones por la que se ha querido hacer este proyecto era poner a punto el sistema de ensayos utilizado.

## Índice de contenido

1.- Introducción .....	8
1.1.- Descripción del trabajo .....	8
1.2.- Objetivos .....	8
1.3.- Recursos disponibles.....	9
1.3.1.- Componentes a ensayar.....	9
1.3.2.- Componentes del sistema.....	10
2.- Desarrollo teórico .....	14
2.1.- Ejes sanos .....	14
2.1.1.- Viga de sección uniforme en voladizo .....	16
2.1.2.- Viga de sección uniforme con los extremos apoyados.....	19
2.1.3.- Viga de sección uniforme con un extremo empotrado y otro apoyado.....	20
2.2.- Ejes con defectos .....	21
2.2.1.- Viga fisurada biapoyada .....	21
2.2.2.- Viga fisurada en voladizo .....	23
2.2.3.- Viga fisurada con un extremo empotrado y otro apoyado.....	25
3.- Desarrollo de los ensayos .....	26
3.1.- Descripción del ensayo .....	26
3.2.- Condiciones de los ensayos.....	26
3.2.1.- Montaje del acelerómetro .....	26
3.2.2.- Cantidad de ensayos .....	28
3.2.3.- Sistema de apoyos de la mesa .....	28
3.3.- Resultados de los ensayos .....	28
3.3.1.- Influencia de la punta del martillo .....	29
3.3.2.- Influencia de la posición del acelerómetro.....	31
3.3.3.- Influencia de la posición del golpe.....	32
3.3.4.- Influencia de la dirección del golpe .....	34
3.3.5.- Influencia del sistema de amarre: biapoyado.....	37
3.3.6.- Influencia del sistema de amarre: en voladizo .....	39
3.3.7.- Influencia del sistema de amarre: empotrado en un extremo y apoyado en el otro .....	41
3.3.8.- Ejes de diámetro 20 mm y 6 mm de profundidad de fisura .....	43
3.3.9.- Ejes de diámetro 20 mm y 8 mm de profundidad de fisura .....	44

## Índice de contenido

3.3.10.- Desviación típica y media real.....	46
4.- Comparación de los resultados.....	49
5.- Guía del software .....	51
5.1.- Pantalla principal.....	51
5.2.- Pestaña "Measure" .....	52
5.2.1.- Pestaña "Analog" .....	52
5.2.2.- Pestaña "Math" .....	54
5.2.3.- Pestaña "Trigger" .....	55
5.3.- Pestaña "Analyse" .....	56
5.4.- Pestaña "Recorder" .....	56
6.- Conclusiones .....	57
7.- Bibliografía .....	58
ANEXO A. Hoja de características del acelerómetro .....	59
ANEXO B. Hoja de características del martillo .....	60

## Índice de tablas

Tabla 1: propiedades de los ejes.....	10
Tabla 2: frecuencia de la viga sin fisura en voladizo .....	18
Tabla 3: frecuencia de la viga sin fisura biapoyada.....	19
Tabla 4: frecuencia de la viga sin fisura empotrada-apoyada.....	20
Tabla 5: frecuencia de las vigas fisuradas biapoyadas .....	22
Tabla 6: coeficiente de disminución de la frecuencia para vigas fisuradas biapoyadas .....	23
Tabla 7: coeficientes para el cálculo de la frecuencia de las vigas fisuradas en voladizo.....	24
Tabla 8: frecuencia y coeficiente de disminución para las vigas fisuradas en voladizo.....	24
Tabla 9: coeficientes para el cálculo de la frecuencia de las vigas fisuradas empotrada- apoyadas .....	25
Tabla 10: frecuencia y coeficiente de disminución para las vigas fisuradas empotrada-apoyadas .....	25
Tabla 11: influencia de la punta del martillo.....	29
Tabla 12: influencia de la posición del acelerómetro .....	31
Tabla 13: influencia de la posición del golpe .....	33
Tabla 14: influencia de la dirección del golpe .....	34
Tabla 15: influencia del tipo de amarre: biapoyado .....	37
Tabla 16: influencia del tipo de amarre: en voladizo .....	39
Tabla 17: Influencia del sistema de amarre: empotrado-apoyado.....	41
Tabla 18: análisis de los ejes de 20 mm de diámetro y 6 mm de fisura.....	43
Tabla 19: análisis de los ejes de 20 mm de diámetro y 8 mm de fisura.....	44
Tabla 20: desviación y media real .....	46
Tabla 21: comparación de las frecuencias teórica y práctica.....	49
Tabla 22: coeficientes de disminución de la frecuencia teórico y práctico .....	49

## Índice de figuras

Figura 1: ejes de Ø 10 mm y 20 mm.....	9
Figura 2: ejes de Ø 10 mm con distinta severidad de daño .....	9
Figura 3: : ejes de Ø 20 mm con distinta severidad de daño .....	10
Figura 4: mesa de ensayo.....	10
Figura 5: martillo .....	11
Figura 6: puntas y contrapeso del martillo .....	11
Figura 7: acelerómetro.....	12
Figura 8: amplificador DEWE-30-4 .....	12
Figura 9: ordenador y software.....	13
Figura 10: estimación de la viga de sección cuadrada .....	21
Figura 11: esquema de la viga de sección cuadrada .....	21
Figura 12: métodos directos para la sujeción del acelerómetro .....	27
Figura 13: montaje del acelerómetro mediante bandas .....	27
Figura 14: montaje usado del acelerómetro .....	27
Figura 15: pieza para el sistema de amarre apoyado .....	28
Figura 16: influencia de la punta del martillo .....	30
Figura 17: influencia de la posición del acelerómetro .....	31
Figura 18: influencia de la posición del golpe .....	33
Figura 19: influencia de la dirección del golpe. Fisura de 6 mm .....	35
Figura 20: influencia de la dirección del golpe. Fisura de 8 mm .....	35
Figura 21: influencia del tipo de amarre: biapoyado. Ejes de 20 mm.....	37
Figura 22: influencia del tipo de amarre: biapoyado. Ejes de 10 mm.....	38
Figura 23: influencia del tipo de amarre: en voladizo. Ejes de 20 mm .....	39
Figura 24: influencia del tipo de amarre: en voladizo. Ejes de 10 mm .....	40
Figura 25: influencia del tipo de amarre: empotrado-apoyado. Ejes de 20 mm .....	41
Figura 26: influencia del tipo de amarre: empotrado-apoyado. Ejes de 10 mm .....	42
Figura 27: análisis de los ejes de 20 mm de diámetro y 6 mm de fisura .....	43
Figura 28: análisis de los ejes de 20 mm de diámetro y 8 mm de fisura .....	45
Figura 29: desviación típica según el eje y sistema de amarre .....	46
Figura 30: comparación de las medias. Biapoyado .....	47
Figura 31: comparación de las medias. En voladizo.....	47
Figura 32: comparación de las medias. Empotrado-apoyado.....	48
Figura 33: barra de herramientas principal.....	51
Figura 34: apariencia de la pestaña "measure" .....	52
Figura 35: pestaña "analog" .....	53
Figura 36: configuración del canal .....	54
Figura 37: escalado conociendo la sensibilidad .....	54
Figura 38: pestaña "math" .....	55
Figura 39: configuración de la pestaña "math".....	55
Figura 40: condiciones de almacenaje y parada de almacenaje.....	56
Figura 41: previsualización de los datos.....	56
Figura 42: pantalla de almacenaje de los datos .....	56

## 1.- Introducción

En este documento se recoge el trabajo que se ha realizado sobre el trabajo de fin de grado "Estudio experimental de un eje con defectos", que se está llevando a cabo para la obtención del título de grado en ingeniería mecánica.

Para ello se ha dividido el trabajo en las siguientes partes: la introducción, donde se habla sobre qué trata el trabajo, los objetivos y los recursos disponibles; el desarrollo teórico, donde se ha calculado la frecuencia natural del sistema para los ejes disponibles; el desarrollo de los ensayos, donde se comentan la descripción del ensayo, las condiciones y los resultados; la comparación de los resultados, donde se comparan los resultados teóricos con los resultados obtenidos de los ensayos; la guía del software, donde se explica brevemente como utilizar el programa; las conclusiones y la bibliografía utilizada para la realización del trabajo.

### 1.1.- Descripción del trabajo

El trabajo consiste en analizar el comportamiento vibratorio de un eje con distinta severidad de daño, en distintas condiciones de carga y con distintos tipos de apoyo. Para ello, se ha analizado la frecuencia fundamental de los ejes de distinta geometría con y sin daño.

Para poder analizar los ejes, se dispone de un banco de ensayo con su sistema de recogida de datos que desde que se instaló en el laboratorio solo se ha utilizado para realizar alguna prueba puntual.

### 1.2.- Objetivos

A continuación, se describen los objetivos marcados al comienzo del trabajo. Los objetivos del trabajo se pueden dividir en objetivos técnicos y objetivos metodológicos.

En la siguiente lista se enumeran los objetivos técnicos:

- Realizar ensayos de vibraciones en distintos tipos de ejes.
- Comparar el modo de vibración de un eje sano, con uno con defectos.
- Analizar el comportamiento de vibración de un eje dañado.
- Escribir una guía del software.

En la siguiente lista se enumeran los objetivos metodológicos:

- Aprender a encontrar una solución para los problemas o imprevistos que puedan surgir durante la realización del proyecto.
- Aprender a utilizar un programa del que no se tienen conocimientos previos del propio programa, ni de ninguno que se asemeje.



### 1.3.- Recursos disponibles

En este apartado, se explican los recursos que se disponen para realizar la medición de la vibración. Primero se explican los componentes a ensayar y después los componentes del sistema.

#### 1.3.1.- Componentes a ensayar

Existen diferentes tipos de ejes a ensayar ya sea por la geometría del eje o por la severidad del daño:

- Por una parte se tienen ejes con de distinto diámetro de sección, algunas de ellas son de 10 mm y otras de 20 mm de diámetro (ver figura 1).
- Por otra parte, también se poseen ejes con distinta severidad de daño que se desean ensayar para después comparar con el ejes sano. Se pueden usar tres ejes de 10 mm de diámetro, con una profundidad de 1 mm, 1,5 mm y 2 mm de entalla (ver figura 2) y otros seis de 20 mm de diámetro, con 6 mm y 8 mm de profundidad de entalla, tres unidades de cada tipo (ver figura 3). Por otra parte tenemos un eje sano de 20 mm de diámetro.

Todos los ejes tienen una longitud de 1 metro y en casos en los que hay una fisura, ésta se encuentra en la mitad de la viga.



Figura 1: ejes de  $\varnothing$  10 mm y 20 mm



Figura 2: ejes de  $\varnothing$  10 mm con distinta severidad de daño



Figura 3: : ejes de Ø 20 mm con distinta severidad de daño

Las características más importantes de los ejes están reflejados en la tabla 1. La densidad y el módulo de Young se han tenido que estimar, ya que solo se conocía que los ejes eran de aluminio, pero no se conocía el tipo.

Diámetro (m)	Sección (m <sup>2</sup> )	Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	Masa (kg)	Momento de inercia (m <sup>4</sup> )	Módulo de Young (Pa)
0,02	$3,14 \cdot 10^{-4}$	2700	0,848	$7,85 \cdot 10^{-9}$	$70 \cdot 10^9$
0,01	$7,85 \cdot 10^{-5}$	2700	0,212	$4,91 \cdot 10^{-10}$	$70 \cdot 10^9$

Tabla 1: propiedades de los ejes

### 1.3.2.- Componentes del sistema

Los componentes del sistema son, la mesa de ensayo, el acelerómetro, el martillo, el sistema de recogida de datos y el ordenador y software.

#### *Mesa de ensayo*

Se dispone de una mesa de ensayo (ver figura 4) para realizar los ensayos que sean necesarios. Para ello existen diferentes tipos de sistemas de sujeción para poder hacer los ensayos en cada eje con diferentes condiciones de amarre.



Figura 4: mesa de ensayo

## Introducción

Existen tres opciones para amarrar la pieza:

1. Sujetar el eje con un extremo empotrado y el otro libre, o en voladizo.
2. Sujetar el eje con los dos extremos apoyados. En este caso, la distancia máxima entre los apoyos es de 0,52 m.
3. Sujetar el eje con un extremo empotrado y el otro apoyado. Para este caso la distancia máxima del eje que queda entre el apoyo y el empotramiento es de 0,62 m.

La mesa de ensayo tiene 720 mm de largo

### *Martillo*

Se dispone de un martillo para excitar el sistema y causar la vibración que se desea medir. El modelo es el KISTLER 9722A2000 (ver figura 5). Este modelo es capaz de transmitir al receptor fuerzas de 0 a 2000 N (ver anexo B) (1).



Figura 5: martillo

Además, el martillo dispone de tres puntas de diferente dureza fácilmente distinguibles por el color de cada una de ellas.

- La punta de color verde, es la que mayor dureza tiene.
- La punta de color rojo, tiene una dureza intermedia.
- La punta de color gris, es la más blanda.

A parte de esto, también dispone un contrapeso adicional de 50 gramos (1).

Las diferentes puntas y el contrapeso se pueden ver en la figura 6.



Figura 6: puntas y contrapeso del martillo

## Introducción

### *Acelerómetro*

Los acelerómetros o sensores de aceleración, están pensados para realizar la medida de aceleración o vibración, proporcionan una señal eléctrica según la variación física, en este caso la variación física es la vibración (2).

El acelerómetro que ha sido proporcionado es un acelerómetro de la marca MMF y modelo KS 76C-10 (ver figura 7), el cual tiene una sensibilidad de  $1,042 \text{ mV}/(\text{m/s}^2)$  a 80 Hz y 22 °C (ver anexo A).



Figura 7: acelerómetro

### *Sistema de entrada de datos. Amplificador*

Para la entrada de señales analógicas disponemos de un amplificador de la marca Dewetron, modelo DEWE-30-4 que dispone de dos entradas para acelerómetros (DAQP-ACC-A) y otros dos de tipo puente (DAQP- BRIDGE-B) (ver figura 8). Además de las cuatro entradas mencionadas, tienes otras cuatro directas en la parte trasera. En este proyecto se usan las dos entradas DAQP-ACC-A, en una se conecta el martillo y en otra el acelerómetro.



Figura 8: amplificador DEWE-30-4

## Introducción

### *Ordenador y software*

Para la visualización de los datos del ensayo se posee un ordenador con el software proporcionado por la misma empresa del amplificador. El programa es DEWESoft 6.6.5.



Figura 9: ordenador y software

## 2.- Desarrollo teórico

En este apartado se realizan los cálculos de la frecuencia para ejes sanos primero y después para los fisurados.

### 2.1.- Ejes sanos

En este apartado se analiza teóricamente la frecuencia natural de la viga que no tiene ninguna fisura. Esto servirá de orientación cuando se hagan los ensayos en el laboratorio y para tener con que comparar los resultados prácticos. Se va a analizar el eje en los tres sistemas de amarre disponibles: empotrado-libre, biapoyado y empotrado-apoyado.

Por otro lado, aunque no se tiene ninguna viga de diámetro 10 mm que no este fisurada, también se va a analizar ese caso con la teoría para ejes no fisurados, ya que permitirá tener una idea sobre entorno a que valores tiene que estar la frecuencia.

Para ello se parte desde la ecuación diferencial que relaciona el par de flexión con la flecha en una viga con un plano de simetría, el plano de flexión:

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -M$$

Ec. 1

Donde,

- $EI$  es la rigidez a flexión.
- $M$  es el momento flector en la sección transversal
- $y$  es la flecha

Si  $p(x)$  es la distribución de la carga sobre la viga,  $S(x)$  es la distribución de la carga cortante y  $M(x)$  es la distribución del momento flector, se cumple lo siguiente:

$$-p(x) = \frac{d}{dx} S(x)$$

Ec. 2

$$S(x) = \frac{d}{dx} M(x)$$

Ec. 3

Por lo tanto sustituyendo la ecuación 3 en la ecuación 2 se obtiene:

$$-p(x) = \frac{d^2}{dx^2} M(x)$$

Ec. 4

Una vez obtenido esto se sustituye la ecuación 1 y se establece lo siguiente:

$$p(x) = \frac{d^2}{dx^2} \left( EI \frac{d^2 y}{dx^2} \right)$$

Ec. 5

Como en este caso el eje siempre vibra libremente, la fuerza  $p(x)$  que actúa es la fuerza de inercia, por lo tanto la ecuación 5 queda de la siguiente manera:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) = -m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\rho S \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Ec. 6

Donde,

- $m$  es la masa por unidad de longitud
- $S$  es la sección transversal
- $\rho$  es la densidad del eje

Como en este caso la viga es de sección constante y material elásticamente homogéneo,  $EI$  es constante y la ecuación 6 queda del siguiente modo:

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = -m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\frac{\rho S}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Ec. 7

Para analizar los modos normales de vibración, se supone que la flecha o desplazamiento de una sección varía armónicamente con el tiempo, por lo que:

$$y(t, x) = y(x)(A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t))$$

Ec. 8

Donde,

- $\omega$  es la frecuencia de vibración
- $y(x)$  es la función modal. Define la forma del modo natural de vibración.

Sustituyendo la ecuación 8 en ecuación 7 se obtiene:

$$\frac{d^4 y(x)}{dx^4} = \frac{m \omega}{EI} y(x) = k^4 y(x)$$

Ec. 9

Siendo

$$k^2 = \frac{\omega}{\sqrt{EI/m}}$$

Ec. 10

La ecuación 9 indica que la función  $y(x)$  diferenciada cuatro veces tiene que ser lo mismo que la función  $y(x)$  multiplicada por un factor. Para que se cumpla esa condición las soluciones particulares son las siguientes:

$$\sin kx$$

$$\cos kx$$

$$\sinh kx$$

$$\cosh kx$$

Ec. 11

Por lo que la solución general es:

$$y(x) = A \sin kx + B \cos kx + C \sinh kx + D \cosh kx$$

Ec. 12

$A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$  son constantes que varían según las condiciones de los límites, esto es, cambian por cada tipo de amarre. Por ello, ahora se analiza cada caso por separado.

### 2.1.1.- Viga de sección uniforme en voladizo

En  $x = 0$  mm, no se permite ni flecha ni inclinación del eje por estar empotrado, es decir:

$$y = 0$$

Ec. 13

$$\frac{dy}{dx} = 0$$

Ec. 14

En el extremo libre,  $x = l$  el momento flector y la fuerza cortante tienen que ser nulos. Es decir:

$$-M = EI \frac{d^2 y(x)}{dx^2} = 0 \rightarrow \frac{d^2 y(x)}{dx^2} = 0$$

Ec. 15

$$S = \frac{dM}{dx} = 0 \rightarrow \frac{d^3 y(x)}{dx^3} = 0$$

Ec. 16



## Desarrollo teórico

Con estas condiciones y las ecuaciones 8 y 12 se obtiene:

De las ecuaciones 13 y 14:

$$A = -C$$

Ec. 17

$$B = -D$$

Ec. 18

De las ecuaciones 15 y 16:

$$C(\sin kl + \sinh kl) + D(\cos kl + \cosh kl) = 0$$

Ec. 19

$$C(\cos kl + \cosh kl) + D(\sin kl - \sinh kl) = 0$$

Ec. 20

Para obtener soluciones  $C$  y de  $D$  distintas de cero, el determinante de los coeficientes tiene que ser nulo:

$$\begin{vmatrix} \sin kl + \sinh kl & \cos kl + \cosh kl \\ \cos kl + \cosh kl & \sin kl - \sinh kl \end{vmatrix} = 0$$

Ec. 21

Es decir:

$$1 + \cos kl \cosh kl = 0$$

Ec. 22

Las primeras raíces de esta ecuación son:

$$k_1 l = 1,875$$

$$k_2 l = 4,694$$

$$k_3 l = 7,855$$

...

Ec. 23

Si la frecuencia angular  $\omega$  se obtiene de la siguiente manera:

$$\omega = k^2 \sqrt{\frac{EI}{m}}$$

Ec. 24

## Desarrollo teórico

De las raíces obtenidas se saca lo siguiente:

$$k_1^2 = \frac{1,875^2}{l^2} = \frac{3,515}{l^2}$$

$$k_2^2 = \frac{4,694^2}{l^2} = \frac{22,03}{l^2}$$

$$k_3^2 = \frac{7,855^2}{l^2} = \frac{61,70}{l^2}$$

...

Ec. 25

Por tanto:

$$\omega_1 = \frac{3,515}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}$$

Ec. 26

Es decir:

$$f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{3,515}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}$$

Ec. 27

En el caso de este trabajo, conociendo  $E$ ,  $I$ ,  $m$  y  $l$ , los resultados obtenidos se muestran en la tabla 2.

Diámetro (m)	Frecuencia natural (Hz)
0,02	14,24
0,01	7,12

Tabla 2: frecuencia de la viga sin fisura en voladizo

### 2.1.2.- Viga de sección uniforme con los extremos apoyados

En este caso para  $x = 0$  y  $x = l$  son nulos el momento flector y la flecha. Por tanto:

$$y_{x=0} = 0 \rightarrow \left( \frac{d^2 y}{dx^2} \right)_{x=0} = 0$$

Ec. 28

$$y_{x=l} = 0 \rightarrow \left( \frac{d^2 y}{dx^2} \right)_{x=l} = 0$$

Ec. 29

Con estas condiciones  $B$ ,  $C$  y  $D$  son nulos, por lo que la ecuación del movimiento es:

$$y(xt) = A \sin kx \sin \omega t$$

Ec. 30

Para  $x = l$  la ecuación queda de la siguiente forma:

$$A \sin kl \sin \omega t = 0 \rightarrow \sin kl = 0$$

Ec. 31

Las raíces son

$$kl = \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$$

Ec. 32

Por lo tanto la frecuencia se obtiene del siguiente modo:

$$\omega = \frac{n^2 \pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{m}} \rightarrow f = \frac{n^2 \pi}{2l^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}$$

Ec. 33

Para el caso de este trabajo, conociendo  $E$ ,  $I$  y  $m$  y teniendo en cuenta que  $l$  vale 0,52 m, los resultados obtenidos se muestran en la tabla 3.

Diámetro (m)	Frecuencia natural (Hz)
0,02	147,89
0,01	73,95

Tabla 3: frecuencia de la viga sin fisura biapoyada

### 2.1.3.- Viga de sección uniforme con un extremo empotrado y otro apoyado

En este caso las condiciones en los límites son las siguientes:

$$y_{x=0} = 0 \rightarrow \left( \frac{dy}{dx} \right)_{x=0} = 0$$

Ec. 34

$$y_{x=l} = 0 \rightarrow \left( \frac{d^2y}{dx^2} \right)_{x=l} = 0$$

Ec. 35

La ecuación de la frecuencia queda de la siguiente manera:

$$\tan kl = \tanh kl$$

Ec. 36

Las raíces son:

$$k_1 l = 3,927 \rightarrow k_1^2 = \frac{15,42}{l^2}$$

$$k_2 l = 7,060 \rightarrow k_2^2 = \frac{49,84}{l^2}$$

$$k_3 l = 10,210 \rightarrow k_3^2 = \frac{104,24}{l^2}$$

...

Ec. 37

Por lo tanto la frecuencia se obtiene del siguiente modo:

$$\omega_1 = \frac{15,42}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{m}} \rightarrow f = \frac{15,42}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}$$

Ec. 38

Para el caso de este trabajo, conociendo  $E$ ,  $I$ ,  $m$  y teniendo en cuenta que  $l$  vale 0,62 m, los resultados obtenidos se muestran en la tabla 4.

Diámetro (m)	Frecuencia natural (Hz)
0,02	162,54
0,01	81,27

Tabla 4: frecuencia de la viga sin fisura empotrada-apoyada

## 2.2.- Ejes con defectos

En este apartado se calcula la frecuencia natural de las vigas fisuradas. Debido a que no se ha encontrado una teoría válida para ejes de sección circular estáticos, se han hecho los cálculos para ejes de sección cuadrada, para tener datos orientativos con que comparar los datos de los ensayos. Para ello se ha usado la anchura y altura de la sección del mismo valor que del diámetro de la sección de la viga real y se ha mantenido la profundidad de la fisura (ver figura 10).

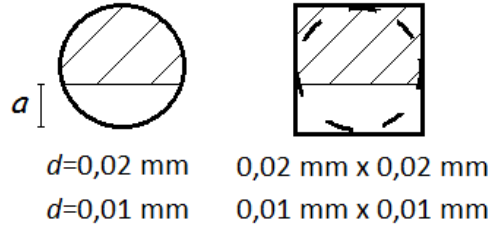


Figura 10: estimación de la viga de sección cuadrada

Se considera que se tiene una viga uniforme con vibración de flexión en el plano x-y, que es un plano de simetría para cualquier sección transversal. La longitud y la altura de la viga son  $l$  y  $W$  respectivamente, y tiene una fisura de profundidad  $a$  que se encuentra a una distancia  $b$  desde el soporte izquierdo (ver figura 11).

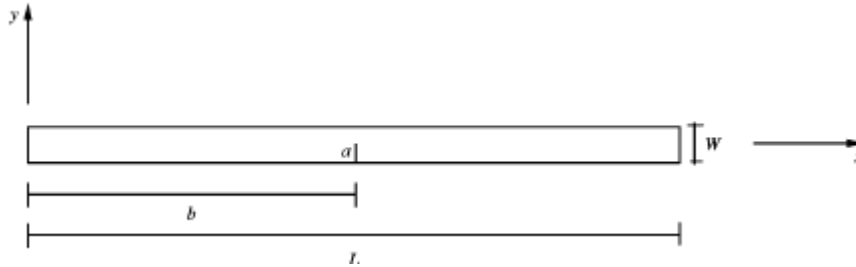


Figura 11: esquema de la viga de sección cuadrada

A continuación, se analiza la frecuencia natural para la viga fisurada en las tres condiciones de sujeción.

### 2.2.1.- Viga fisurada biapoyada

Para una viga biapoyada fisurada la expresión de la frecuencia fundamental es la siguiente:

$$\omega_1 = \omega_0 \left[ \frac{1 + \eta\gamma}{1 + 2\eta\gamma + (\pi^4/3)\eta^2[(b/l)^4\gamma - 2(b/l)^3\gamma + (b/l)^2\gamma]} \right]^{1/2}$$

Ec. 39

Donde,

- $\omega_0$  es la frecuencia fundamental para una viga biapoyada sin fisura. Se calcula para la sección cuadrada siguiendo los pasos del apartado 2.1.2.

- $\gamma$  se calcula de la siguiente manera:

$$\gamma = 1 - \cos (2\pi b/l)$$

Ec. 40

- $\eta$  se calcula de la siguiente manera:

$$\eta = \frac{W}{l} m\left(\frac{a}{W}\right)$$

Ec. 41

Donde,

- $m\left(\frac{a}{W}\right)$  es una función que depende del ratio de fractura,  $a/W$ , y la geometría de la sección. Esta función se obtiene gracias a la mecánica de fractura de la siguiente forma:

$$m\left(\frac{a}{W}\right) = 2\left(\frac{a/W}{1-a/W}\right)^2 \left[5,93 - 16,69\left(\frac{a}{W}\right) + 37,14\left(\frac{a}{W}\right)^2 - 35,84\left(\frac{a}{W}\right)^3 + 13,12\left(\frac{a}{W}\right)^4\right]$$

Ec. 42

Cuando la fisura está localizada en la mitad de la viga,  $b/L = 1/2$ , la expresión general se reduce a:

$$\omega_1 = \omega_0 \left[ \frac{1 + 2\eta}{1 + 4\eta + (\pi^4/24)\eta^2} \right]^{1/2}$$

Ec. 43

Por lo tanto:

$$f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{\omega_0}{2\pi} \left[ \frac{1 + 2\eta}{1 + 4\eta + (\pi^4/24)\eta^2} \right]^{1/2} = f_0 \left[ \frac{1 + 2\eta}{1 + 4\eta + (\pi^4/24)\eta^2} \right]^{1/2}$$

Ec. 44

En la tabla 5 se pueden ver los resultados de todas las vigas fisuradas que se usan en este trabajo. Además en la tabla 6 se muestra el coeficiente de disminución de la frecuencia.

Diámetro (m)	Profundidad de fisura, $a$ (m)	Altura equivalente, $W$ (m)	Frecuencia de la viga sin fisura, $f_0$ (Hz)	$m\left(\frac{a}{W}\right)$	$\eta$	Frecuencia de la viga fisurada, $f_1$ (Hz)
0,02	0,006	0,02	170,77	1,2505	0,0481	163,10
0,02	0,008	0,02	170,77	2,8787	0,1107	154,48
0,01	0,001	0,01	85,39	0,1135	0,0022	85,20
0,01	0,0015	0,01	85,39	0,2583	0,0050	84,96
0,01	0,002	0,01	85,39	0,4765	0,0092	84,61

Tabla 5: frecuencia de las vigas fisuradas biapoyadas

Diámetro (m)	Profundidad de fisura, $a$ (m)	Altura equivalente, $W$ (m)	Coeficiente de disminución
0,02	0,006	0,02	0,955
0,02	0,008	0,02	0,905
0,01	0,001	0,01	0,997
0,01	0,0015	0,01	0,995
0,01	0,002	0,01	0,991

Tabla 6: coeficiente de disminución de la frecuencia para vigas fisuradas biapoyadas

### 2.2.2.- Viga fisurada en voladizo

Para este caso la expresión de la frecuencia fundamental  $\omega_1$  es la siguiente:

$$\omega_1 = \omega_0 \left[ 1 - \frac{W}{l} m \left( \frac{a}{W} \right) f(k_1) g(k_1, b) \right]^{1/2}$$

Ec. 45

$$f_1 = f_0 \left[ 1 - \frac{W}{l} m \left( \frac{a}{W} \right) f(k_1) g(k_1, b) \right]^{1/2}$$

Ec. 46

Donde,

- $\omega_0$  o  $f_0$  es la frecuencia fundamental para una viga en voladizo sin fisura. Se calcula para la sección cuadrada como se describe en el apartado 2.1.1.
- $m \left( \frac{a}{W} \right)$  se calcula mediante la ecuación 42.
- $g(k_1, b)$  se calcula de la siguiente forma:

$$g(k_1, b) = \{K_1 [\cos(bk_1) + \cosh(bk_1)] + \sin(bk_1) + \sinh(bk_1)\}^2$$

Ec. 47

Donde,

- $k_1$  se despeja de la ecuación 23
- $K_1$  se calcula con la siguiente expresión

$$K_1 = \frac{\sin(k_1 l) + \sinh(k_1 l)}{\cos(k_1 l) + \cosh(k_1 l)}$$

Ec. 48

- $f(k_1)$  se calcula de la siguiente forma:

## Desarrollo teórico

$$f(k_1) = \frac{4k_1}{F_1 + F_2}$$

Ec. 49

Donde,

○  $F_1$  es:

$$F_1 = 4k_1 K_1^2 + 2K_1 [\cosh(2k_1) - \cos(2k_1)] - 4(1 + K_1^2) \cosh(k_1) \sin(k_1) + (K_1^2 - 1) \sin(2k_1)$$

Ec. 50

○  $F_2$  es:

$$F_2 = 4(1 - K_1^2) \cos(k_1) \sinh(k_1) - 8K_1 \sin(k_1) \sinh(k_1) + (1 + K_1^2) \sinh(2k_1)$$

Ec. 51

Los resultados para cada viga disponible se muestran en las tablas 7 y 8.

d (m)	a (m)	W (m)	$m\left(\frac{a}{W}\right)$	$k_1$	$K_1$	$F_1$	$F_2$	$f(k_1)$	$g(k_1, b)$
0,02	0,006	0,02	1,2505	1,857	1,362	35,56	29,03	0,115	21,875
0,02	0,008	0,02	2,8787	1,857	1,362	35,56	29,03	0,115	21,875
0,01	0,001	0,01	0,1135	1,857	1,362	35,56	29,03	0,115	21,875
0,01	0,0015	0,01	0,2583	1,857	1,362	35,56	29,03	0,115	21,875
0,01	0,002	0,01	0,4765	1,857	1,362	35,56	29,03	0,115	21,875

Tabla 7: coeficientes para el cálculo de la frecuencia de las vigas fisuradas en voladizo

d (m)	a (m)	W (m)	$f_0$ (Hz)	$f_1$ (Hz)	Disminución
0,02	0,006	0,02	16,44	13,78	0,968
0,02	0,008	0,02	16,44	13,17	0,925
0,01	0,001	0,01	8,22	7,11	0,999
0,01	0,0015	0,01	8,22	7,09	0,997
0,01	0,002	0,01	8,22	7,07	0,994

Tabla 8: frecuencia y coeficiente de disminución para las vigas fisuradas en voladizo



### 2.2.3.- Viga fisurada con un extremo empotrado y otro apoyado

Para este caso son validas las expresiones usadas en el apartado anterior, exceptuando la ecuación para calcular  $K_1$ , ecuación 48, que en este caso se calcula de la siguiente forma:

$$K_1 = \frac{\sin(k_1 l) - \sinh(k_1 l)}{\cos(k_1 l) - \cosh(k_1 l)}$$

Ec. 52

Como se comentó en el apartado de la teoría de ejes sin fisura, en el apartado 2.1.3, lo único que cambia respecto al apartado anterior es el factor  $k_1$  (obtenida mediante la ecuación 37) y esto se debe a las diferencias en las condiciones de contorno. Debido a esto también cambia la frecuencia natural de la viga sin fisura. Los resultados para cada viga se muestran en las tablas 9 y 10.

d (m)	a (m)	W (m)	$m\left(\frac{a}{W}\right)$	$k_1$	$K_1$	$F_1$	$F_2$	$f(k_1)$	$g(k_1, b)$
0,02	0,006	0,02	1,2505	6,33	0,99	316999,82	316978,41	$3,99 \cdot 10^{-5}$	58,72
0,02	0,008	0,02	2,8787	6,33	0,99	316999,82	316978,41	$3,99 \cdot 10^{-5}$	58,72
0,01	0,001	0,01	0,1135	6,33	0,99	316999,82	316978,41	$3,99 \cdot 10^{-5}$	58,72
0,01	0,0015	0,01	0,2583	6,33	0,99	316999,82	316978,41	$3,99 \cdot 10^{-5}$	58,72
0,01	0,002	0,01	0,4765	6,33	0,99	316999,82	316978,41	$3,99 \cdot 10^{-5}$	58,72

Tabla 9: coeficientes para el cálculo de la frecuencia de las vigas fisuradas empotrada-apoyadas

d (m)	a (m)	W (m)	$f_0$ (Hz)	$f_1$ (Hz)	disminución
0,02	0,006	0,02	187,68	162,532	0,99995
0,02	0,008	0,02	187,68	162,522	0,99989
0,01	0,001	0,01	93,84	81,2698	0,999997
0,01	0,0015	0,01	93,84	81,2696	0,999995
0,01	0,002	0,01	93,84	81,2692	0,999991

Tabla 10: frecuencia y coeficiente de disminución para las vigas fisuradas empotrada-apoyadas

### 3.- Desarrollo de los ensayos

A continuación, se describe el procedimiento para realizar un ensayo, después se comentan cuales han sido las condiciones para la realización de las mismas y por último se muestran los resultados de los ensayos.

#### 3.1.- Descripción del ensayo

El procedimiento para la realización de un ensayo es el siguiente:

- Se coloca el eje en la mesa de ensayo con el sistema de amarre que se quiera ensayar.
- Se fija el acelerómetro en el eje y se conecta al amplificador.
- Se conecta el martillo al amplificador.
- Se golpea con el martillo el eje. El martillo emite la señal sobre el golpe. Inmediatamente después del golpe, el eje comienza a vibrar y el acelerómetro emite los datos de la vibración.
- El amplificador recoge estas señales y los muestra en tiempo real en la pantalla gracias al software.
- El software también tiene la opción de manipular con las mediciones recogidas. Es posible guardar los datos para después analizar con detalle, la fuerza, la aceleración y la frecuencia de vibración.

#### 3.2.- Condiciones de los ensayos

Todos los ensayos se han realizado bajo unas condiciones. A continuación, se comentan el montaje del acelerómetro, la cantidad de ensayos realizados y las condiciones de apoyo para los ejes de menor tamaño.

##### 3.2.1.- Montaje del acelerómetro

En este apartado se explica primero como se va a fijar el acelerómetro para medir la vibración y después donde fijarlo.

En cuanto al montaje del acelerómetro, según la norma UNE EN ISO 8041, el montaje del acelerómetro debe ser lo más rígido posible, y existen dos opciones:

- Fijar el acelerómetro a la pieza o al lugar donde se desee directamente, mediante adhesivo o ceras, bridas o contacto por imán en piezas metálicas (ver figura 12).
- Usar unas bandas de nylon o correas metálicas para su posicionamiento (ver figura 13).

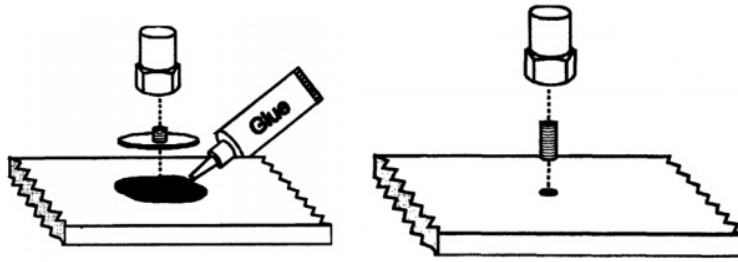


Figura 12: métodos directos para la sujeción del acelerómetro

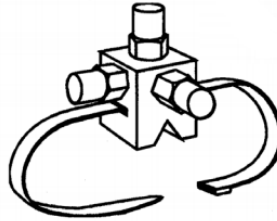


Figura 13: montaje del acelerómetro mediante bandas

En este caso se ha decidido usar una fijación de contacto directo para la fijación del acelerómetro, ya que estos sistemas presentan mayor rigidez que las de bandas o correas (3).

Para elegir entre los tres modos de fijación directa se ha tenido en cuenta la posición y el material del lugar donde se desea colocar el acelerómetro. Se descarta la fijación por imán debido al material, ya que los ejes son de aluminio. Por otra parte, entre la unión por brida y el adhesivo o cera, se ha elegido el adhesivo o cera ya que no disponemos de ningún agujero en la ubicación.

En cuanto a la ubicación del acelerómetro, se ha decidido colocarlo en la superficie del eje (ver figura 14), aunque sean circulares.

El adhesivo utilizado es una masilla moldeable reutilizable, de tal manera que la masilla toma la forma circular del eje en una parte y por el otro lado coge la forma plana del acelerómetro (ver figura 14).



Figura 14: montaje usado del acelerómetro

### 3.2.2.- Cantidad de ensayos

Para obtener unos resultados que sean fiables, se han hecho mínimo 10 ensayos por cada condición de ensayo diferente, aunque para los ejes fisurados ha hecho falta hacer mas de 10 ensayos para cada condición.

### 3.2.3.- Sistema de apoyos de la mesa

Los apoyos que dispone la mesa para poder amarrar las vigas están pensados para los ejes de 20 mm de diámetro, ya que el sistema de apoyo se trata de un dos prismas rectangulares con una cavidad de forma circular de 20 mm de diámetro en el extremo superior como se muestra en la figuras 15.



Figuras 15: pieza para el sistema de amarre apoyado

Para poder poner los ejes de 10 mm de diámetro apoyados en este sistema se ha utilizado cinta adhesiva para que el eje no se mueva tanto por la cavidad.

### 3.3.- Resultados de los ensayos

En este apartado se muestran los diferentes ensayos que se han realizado para analizar la influencia que tiene que la viga esté fisurada. Para ello se han analizado las distintas vigas fisuradas y la viga sin fisura en distintas condiciones de amarre. Aparte de eso también se han analizado las vigas fisuradas en diferentes condiciones para saber la respuesta de éstas. Se han realizado ensayos para saber la influencia de los siguientes casos:

- Influencia al cambiar la punta del martillo.
- Influencia de la posición del acelerómetro.
- Influencia de la posición del golpe.
- Influencia de la dirección del golpe.

En los casos en los que se disponía de más de un eje de las mismas condiciones, en los ejes fisurados de diámetro 20 mm, se han realizado ensayos en las mismas condiciones para analizar si alguna de ellas tenía alguna diferencia respecto a las demás.

Además, viendo que en alguno de los casos ha sido necesario realizar 71 ensayos en las mismas condiciones para conseguir resultados válidos, también se ha analizado la desviación típica en cada caso y la media real si no se rechaza ningún resultado.

A continuación, se analizan primero los ensayos que se han realizado solo para analizar la influencia en los ejes fisurados, después se analizan los ensayos realizados en distintas condiciones de amarre, luego se analizan los ensayos realizados para diferentes ejemplares de las mismas condiciones y por último se analiza la desviación típica y la media real.

### 3.3.1.- Influencia de la punta del martillo

Como ya se ha explicado anteriormente se dispone de tres puntas intercambiables para el martillo de diferentes materiales. Se ha observado durante los ensayos si tenía algún efecto a la hora de conseguir la frecuencia natural de la viga el hecho de cambiarle la punta al martillo.

Estos ensayos se han hecho en una de las vigas que tiene una entalla, concretamente en la viga de diámetro 20 mm y profundidad de entalla de 6 mm. El golpe se ha dado siempre a 300 mm del extremo izquierdo de la viga para asegurar que las condiciones fuesen iguales. La viga ha estado apoyada por los extremos para la realización de este ensayo. En la tabla 11 y figura 16 se ve el resultado obtenido.

INFLUENCIA DE LA PUNTA DEL MARTILLO					
gris		rojo		verde	
F(N)	f(Hz)	F(N)	f(Hz)	F(N)	f(Hz)
18,37	142,33	31,43	142,12	21,12	141,54
12,39	144	21,91	141,63	49,62	141,99
12,89	139,77	15,23	140,64	35,48	142,53
23,54	138,05	17,45	141,02	28,3	141,82
44,62	141,55	16,32	141,75	16,54	138,87
21,9	143,12	18,7	141,54	33,97	141,55
21,55	141,73	28,99	141,8	24,49	142,65
12,09	141,83	40,65	141,72	19,1	141,08
22,95	141,81	29,42	142,62	65,37	141,52
10,5	141,58	63,17	141,8	40,28	141,75
Media	141,58		141,66		141,53

Tabla 11: influencia de la punta del martillo

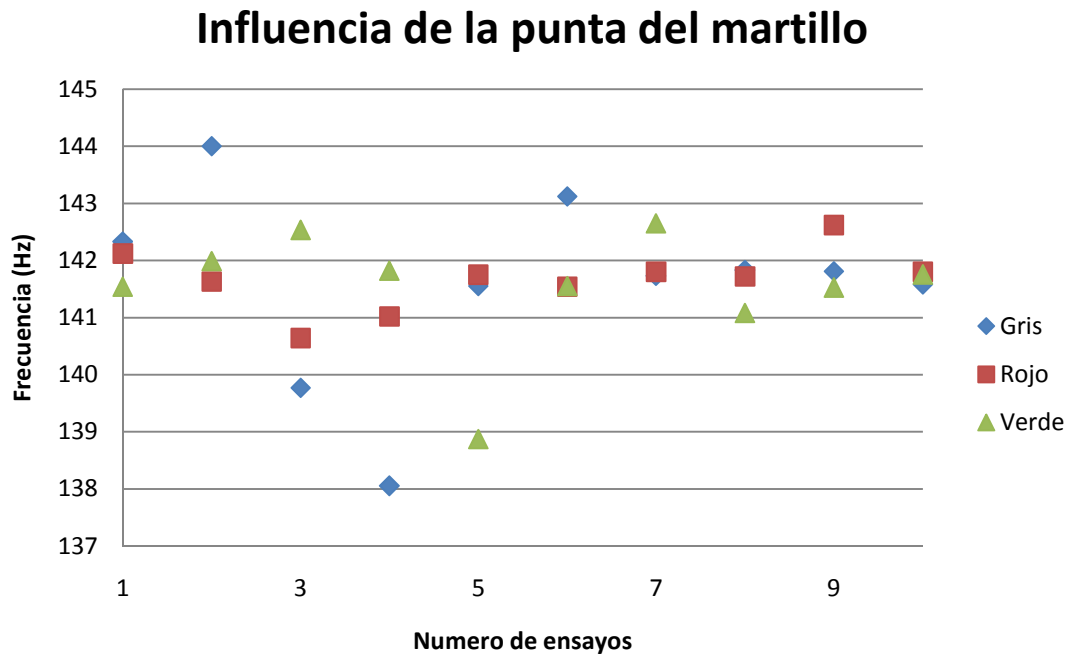


Figura 16: influencia de la punta del martillo

Si se observan las medias de los datos recogidos de los ensayos de cada una de las puntas disponibles, con la punta gris se ha obtenido una frecuencia de 141,58 Hz, con la punta roja 141,66 y con la verde 141,53.

El valor de la frecuencia máxima recogida teniendo en cuenta todos los ensayos ha sido de 144 Hz y se ha recogido en un ensayo con la punta gris. Por otro lado, el valor de la frecuencia mínima ha sido de 138,05 Hz y también se ha recogido en un ensayo con la punta gris. La diferencia máxima ha sido de 5,95 Hz.

Por otro lado, si se observan los resultados obtenidos con cada punta por separado, la que mayor diferencia de frecuencia presenta entre los ensayos realizados, ha sido cuando se ha utilizado el martillo con la punta gris. La diferencia ha sido de 5,95 Hz. La menor diferencia ha estado en los ensayos realizados con la punta roja y su valor es de 1,98 Hz. En los ensayos realizados con el martillo montado con la punta verde la diferencia ha sido de 3,78 Hz.

Observando la figura 16 se ve que en la mayoría de los ensayos se han registrado frecuencias entre 140 Hz y 143 Hz, se puede decir que los valores obtenidos con las diferentes puntas son muy cercanos. Además sabiendo que la mayor diferencia es de 5,95 Hz, que representa el 4,13%, se puede decir que usar diferentes puntas no afecta en la frecuencia natural de la viga ensayada.

Debido a que no afecta la punta del martillo se ha decidido hacer los demás ensayos utilizando solo una punta que ha sido la gris.

### 3.3.2.- Influencia de la posición del acelerómetro

Para analizar la influencia de la posición del acelerómetro, se han realizado ensayos posicionando el acelerómetro a 100 mm, 200 mm y 300 mm del extremo derecho.

Estos ensayos se han hecho en una de las vigas que tiene una entalla, concretamente en la viga de diámetro 20 mm y profundidad de entalla de 6 mm. El golpe se ha dado siempre a 300 mm del extremo izquierdo de la viga para asegurar que las condiciones fuesen iguales. La viga ha estado apoyada por los extremos para la realización de este ensayo. En la tabla 12 y figura 17 se ve el resultado obtenido.

INFLUENCIA DE LA POSICIÓN DEL ACELERÓMETRO			
100 mm	200 mm	300 mm	
f(Hz)	f(Hz)	f(Hz)	
142,33	141,69	142,64	
144	143,05	142,04	
139,77	141,08	141,12	
138,05	141,25	141,71	
141,55	141,54	141,94	
143,12	140,21	141,64	
141,73	141,33	141,25	
141,83	142,78	141,91	
141,81	141,65	141,32	
141,58	141,14	139,84	
Media	141,58	141,57	141,54

Tabla 12: influencia de la posición del acelerómetro

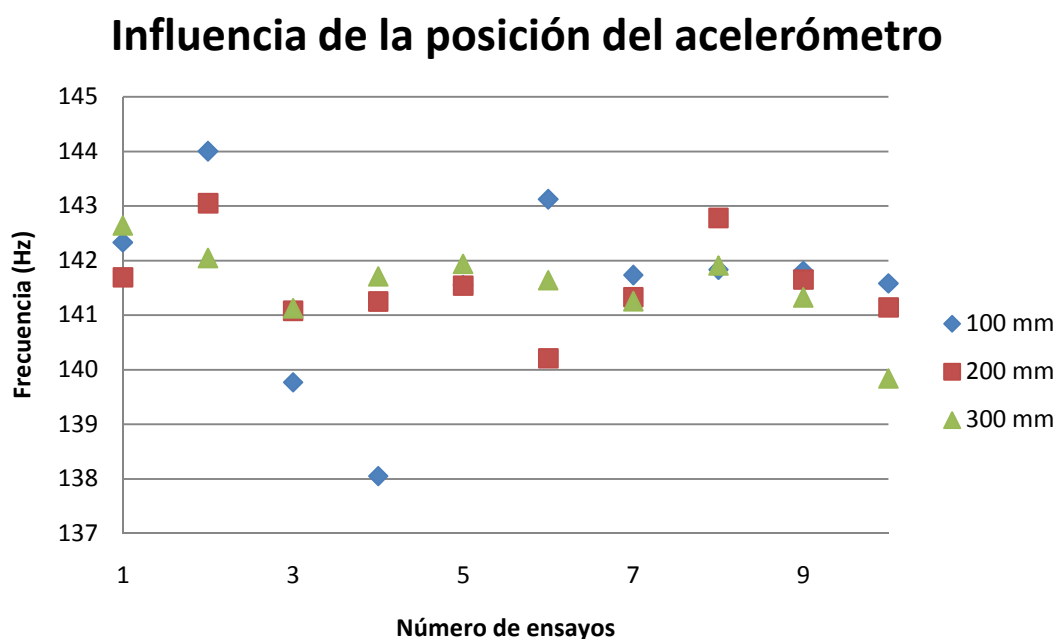


Figura 17: influencia de la posición del acelerómetro

Si se observan las medias de los datos recogidos de los ensayos en cada una de las posiciones, la media es prácticamente la misma, a 100 mm del extremo derecho se ha registrado una media de 141,58 Hz, a 200 mm se ha recogido una media de 141,57 Hz y a 300mm una media de 141,54 Hz.

El valor de la frecuencia máxima recogida teniendo en cuenta todos los ensayos ha sido de 144 Hz y se ha recogido a 100 mm del extremo derecho. Por otro lado, el valor de la frecuencia mínima ha sido de 138,05 Hz y se ha recogido a 100 mm también. La diferencia máxima ha sido de 5,95 Hz.

Por otro lado, si se observan los resultados obtenidos con cada posición por separado, la que mayor diferencia de frecuencia presenta entre los ensayos realizados, ha sido cuando se ha colocado el acelerómetro a 100 mm. La diferencia ha sido de 5,95 Hz. La menor diferencia ha estado en los ensayos realizados con el acelerómetro a 300 mm y su valor es de 2,8 Hz. En los ensayos realizados con el acelerómetro a 200 mm de distancia, la diferencia ha sido de 2,84 Hz.

Observando la figura 17 se ve que en la mayoría de los ensayos se han registrado frecuencias entre 140 Hz y 143 Hz, se puede decir que los valores obtenidos con las diferentes posiciones son muy cercanos. Además sabiendo que la mayor diferencia es de 5,95 Hz, que representa el 4,13%, se puede decir que posicionar el acelerómetro en diferentes distancias no afecta. Aun así, los demás ensayos se han realizado poniendo siempre el acelerómetro a 100 mm del extremo derecho.

### 3.3.3.- Influencia de la posición del golpe

Para analizar la posición del golpe se han realizado golpes en diferentes longitudes de la viga. Uno de los ensayos se ha realizado golpeando la viga en el centro de la viga. Otro realizando el golpe a 200 mm a la derecha y el otro a 200 mm a la izquierda tomando como referencia el centro de la viga.

Estos ensayos se han hecho en una de las vigas que tiene una entalla, concretamente en la viga de diámetro 20 mm y profundidad de entalla de 6 mm. La viga ha estado apoyada por los extremos para la realización de este ensayo. En la tabla 13 y figura 18 se ve el resultado obtenido.



INFLUENCIA DE LA POSICIÓN DEL GOLPE			
Izquierda	Centro	Derecha	
Frecuencia (Hz)	Frecuencia (Hz)	Frecuencia (Hz)	
142,33	141,67	141,13	
144	141,15	142,13	
139,77	142,39	140,58	
138,05	141,34	141,35	
141,55	141,67	141,69	
143,12	141,55	141,45	
141,73	141,56	141,52	
141,83	141,38	141,36	
141,81	141,55	142,01	
141,58	140,95	141,86	
Media	141,58	141,52	141,51

Tabla 13: influencia de la posición del golpe

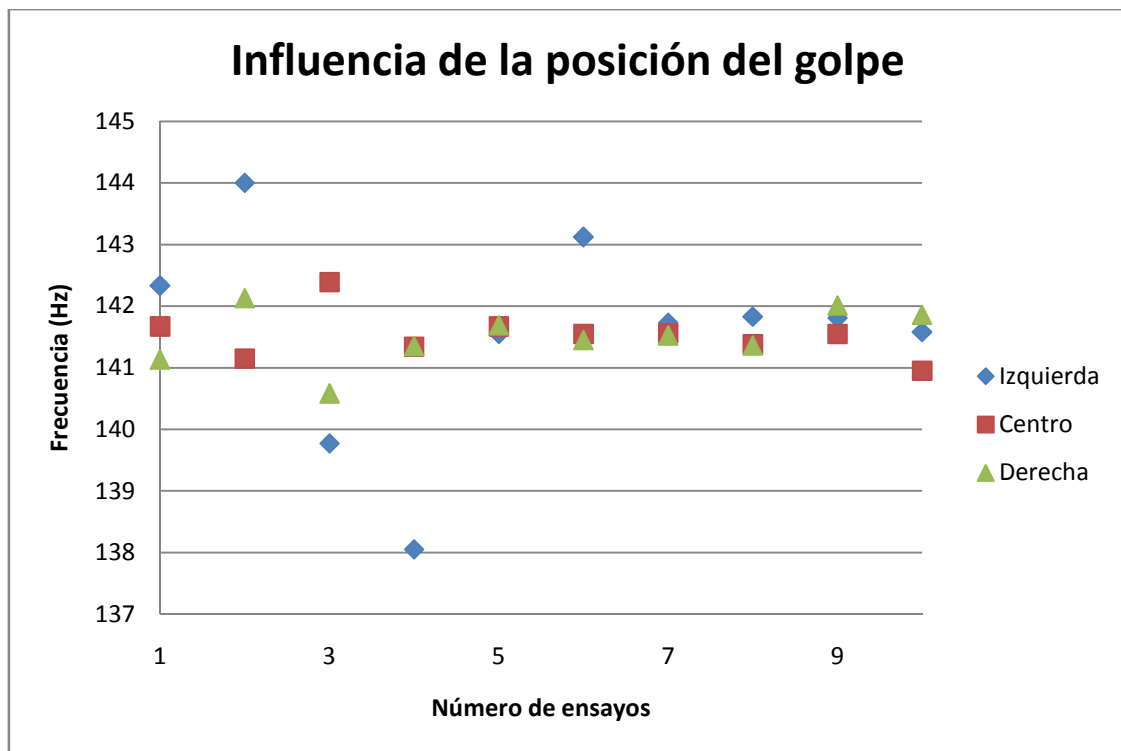


Figura 18: influencia de la posición del golpe

Si se observan las medias de los datos recogidos de los ensayos en cada una de las posiciones, la media es prácticamente la misma, en la izquierda se ha registrado una media de 141,58 Hz, en el centro se ha recogido una media de 141,52 Hz y en la derecha una media de 141,51 Hz.

El valor de la frecuencia máxima recogida teniendo en cuenta todos los ensayos ha sido de 144 Hz y se ha recogido en la izquierda. Por otro lado, el valor de la frecuencia mínima ha sido de 138,05 Hz y se ha recogido en la izquierda también. La diferencia máxima ha sido de 5,95 Hz.

Por otro lado, si se observan los resultados obtenidos con cada posición por separado, la que mayor diferencia de frecuencia presenta entre los ensayos realizados, ha sido cuando se golpea la viga en la izquierda. La diferencia ha sido de 5,95 Hz. La menor diferencia ha estado en los ensayos realizados en el centro y su valor es de 1,44 Hz. En los ensayos realizados en la derecha, la diferencia ha sido de 1,55 Hz.

Observando la figura 18 se ve que en la mayoría de los ensayos se han registrado frecuencias entre 141 Hz y 143 Hz, se puede decir que los valores obtenidos con las posiciones son muy cercanos. Además sabiendo que la mayor diferencia es de 5,95 Hz, que representa el 4,13%, se puede decir que golpear la viga en diferentes distancias no afecta.

### 3.3.4.- Influencia de la dirección del golpe

Para analizar la influencia de la dirección del golpe, se han golpeado las vigas en dos direcciones, una de forma paralela a la mesa de ensayo, o en horizontal, y la otra perpendicular a la mesa, o vertical.

Estos ensayos se han hecho en dos de las vigas que tienen una entalla, concretamente en las vigas de diámetro 20 mm y profundidad de entalla de 6 mm y 8 mm. Las vigas han estado apoyadas por los extremos para la realización de este ensayo. En la tabla 14, figura 19 y la figura 20 se ve el resultado obtenido.

INFLUENCIA DE LA DIRECCIÓN DEL GOLPE			
fisura 6mm		fisura 8 mm	
vertical	horizontal	vertical	horizontal
f(Hz)	f(Hz)	f(Hz)	f(Hz)
141,67	142,33	135,13	135,34
142,05	144	136,52	136,37
141,07	139,77	134,32	138,69
141,18	138,05	135,25	134,21
143,21	141,55	135,69	134,3
139,78	143,12	134,98	134,12
141,56	141,73	136,55	136,65
141,38	141,83	135,37	135,56
141,55	141,81	135,58	135,96
142,12	141,58	135,74	134,08
Media	141,56	135,51	135,53

Tabla 14: influencia de la dirección del golpe

### Influencia de la dirección del golpe. Fisura de 6 mm

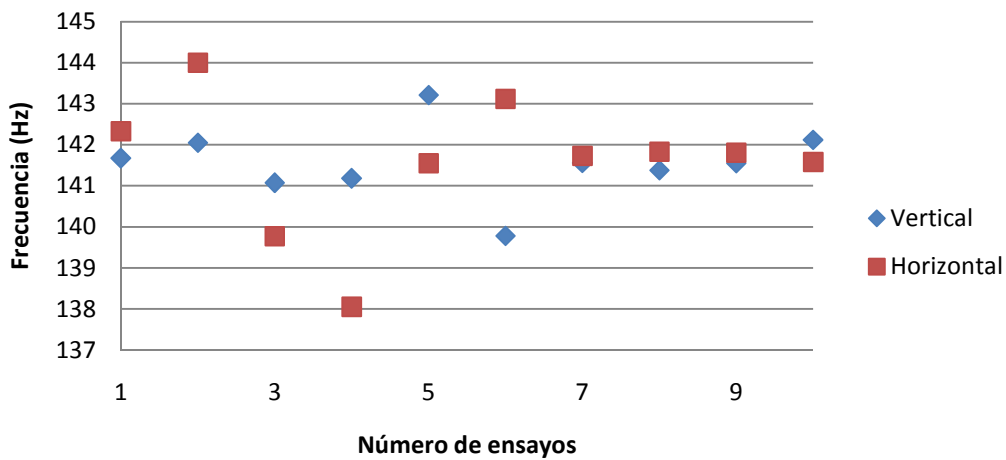


Figura 19: influencia de la dirección del golpe. Fisura de 6 mm

### Influencia de la dirección del golpe. Fisura de 8 mm

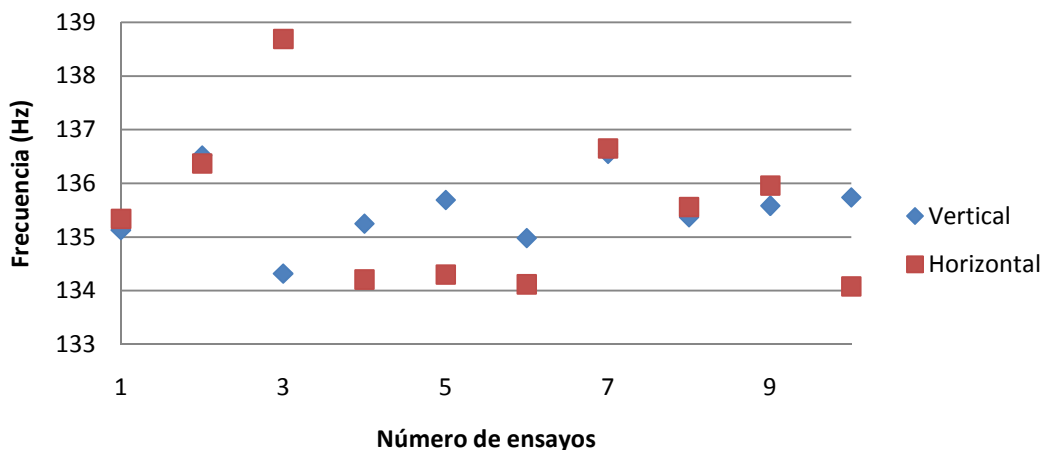


Figura 20: influencia de la dirección del golpe. Fisura de 8 mm

Si se observan las medias de los datos recogidos de los ensayos en cada una de las direcciones, la media para cada viga es prácticamente la misma. Para la viga de profundidad de fisura 6 mm, en horizontal se ha registrado una media de 141,58 Hz y en vertical una media de 141,56 Hz. Para la viga de profundidad de fisura 8 mm, en horizontal se ha registrado una media de 135,53 Hz y en vertical una media de 135,51 Hz.

El valor de la frecuencia máxima recogida teniendo en cuenta todos los ensayos, para la viga con fisura de profundidad de 6 mm ha sido de 144 Hz y se ha recogido en horizontal, el valor de la frecuencia mínima ha sido de 138,05 Hz y se ha recogido en horizontal también. La diferencia máxima ha sido de 5,95 Hz.

El valor de la frecuencia máxima recogida teniendo en cuenta todos los ensayos, para la viga con fisura de profundidad de 8 mm ha sido de 138,69 Hz y se ha recogido en horizontal, el valor de la frecuencia mínima ha sido de 134,08 Hz y se ha recogido en horizontal también. La diferencia máxima ha sido de 4,61 Hz.

Por otro lado, si se observan los resultados obtenidos con cada dirección por separado, para la viga con fisura de profundidad de 6 mm la que mayor diferencia de frecuencia presenta entre los ensayos realizados, ha sido cuando se golpea la viga en la horizontal. La diferencia ha sido de 5,95 Hz. La menor diferencia ha estado en los ensayos realizados en vertical y su valor es de 3,43 Hz.

Si se observan los resultados obtenidos con cada dirección por separado, para la viga con fisura de profundidad de 8 mm la que mayor diferencia de frecuencia presenta entre los ensayos realizados, ha sido cuando se golpea la viga en la horizontal. La diferencia ha sido de 4,61 Hz. La menor diferencia ha estado en los ensayos realizados en vertical y su valor es de 2,23 Hz.

Observando la figura 19 se ve que en la mayoría de los ensayos se han registrado frecuencias entre 141 Hz y 143 Hz, se puede decir que los valores obtenidos con las dos direcciones son muy cercanos.

Observando la figura 20 se ve que en la mayoría de los ensayos se han registrado frecuencias entre 134 Hz y 137 Hz, se puede decir que los valores obtenidos con las dos direcciones son muy cercanos.

Además sabiendo que la mayor diferencia es de 5,95 Hz, que representa el 4,13% en un caso y 4,61 Hz, que representa el 3,32% en el otro, se puede decir que golpear la viga en diferentes distancias no afecta.

Aunque no influya la dirección del golpe, observando las figuras 19 y 20 se puede decir que en cuando se ha golpeado en vertical los datos registrados han estado menos dispersos que cuando se ha golpeado en horizontal para los dos tipos de vigas.

### 3.3.5.- Influencia del sistema de amarre: biapoyado

Para analizar la influencia del sistema apoyado en los dos extremos, se han ensayado todas las vigas disponibles. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 15. En las figuras 21 y 22 se muestran los resultados separados para cada tamaño de diámetro.

Tipo de amarre: biapoyado					
Sano	20_6	20_8	10_1	10_1,5	10_2
f (Hz)	f (Hz)	f (Hz)	f (Hz)	f (Hz)	f (Hz)
157,01	142,33	135,34	75,13	75,12	74,7
157,02	144	136,37	76,54	74,6	74,21
157,02	139,77	138,69	76,68	76,31	75,96
157,01	138,05	134,21	75,77	74,7	74,65
157,02	141,55	134,3	75,32	75,21	75,2
157,02	143,12	134,12	76,03	75,89	76,02
157,01	141,73	136,65	76,04	75,87	75,51
157,01	141,83	135,56	77,91	76,56	75,54
157,01	141,81	135,96	76,54	76,83	75,56
157,01	141,58	134,08	77,98	76,98	75,21
Media	157,01	141,58	135,53	76,39	75,26

Tabla 15: influencia del tipo de amarre: biapoyado

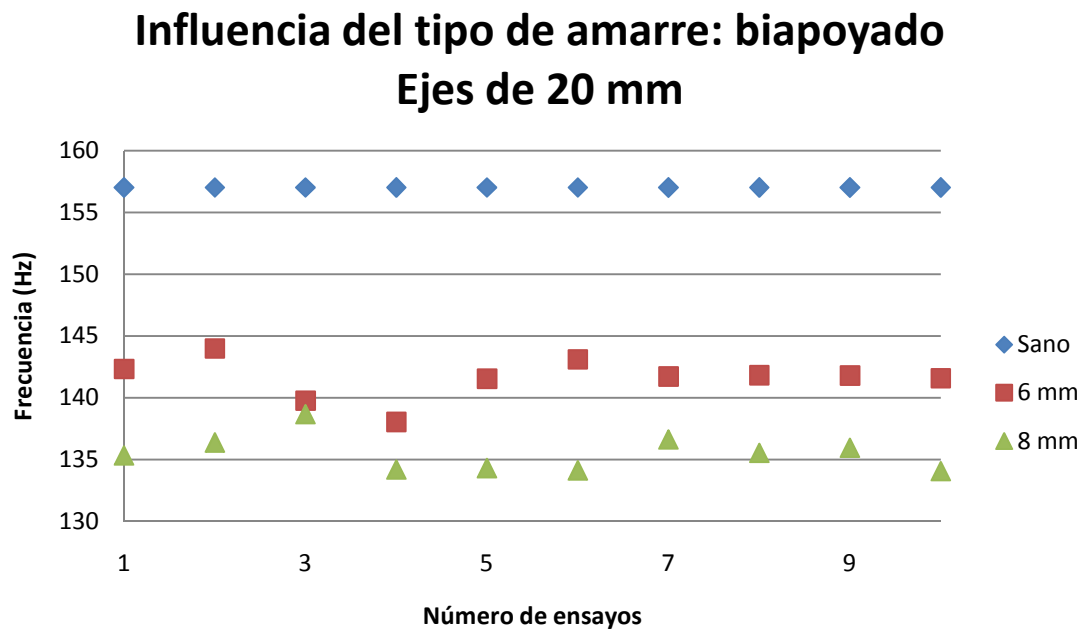


Figura 21: influencia del tipo de amarre: biapoyado. Ejes de 20 mm

## Influencia del tipo de amarre: biapoyado Ejes de 10 mm

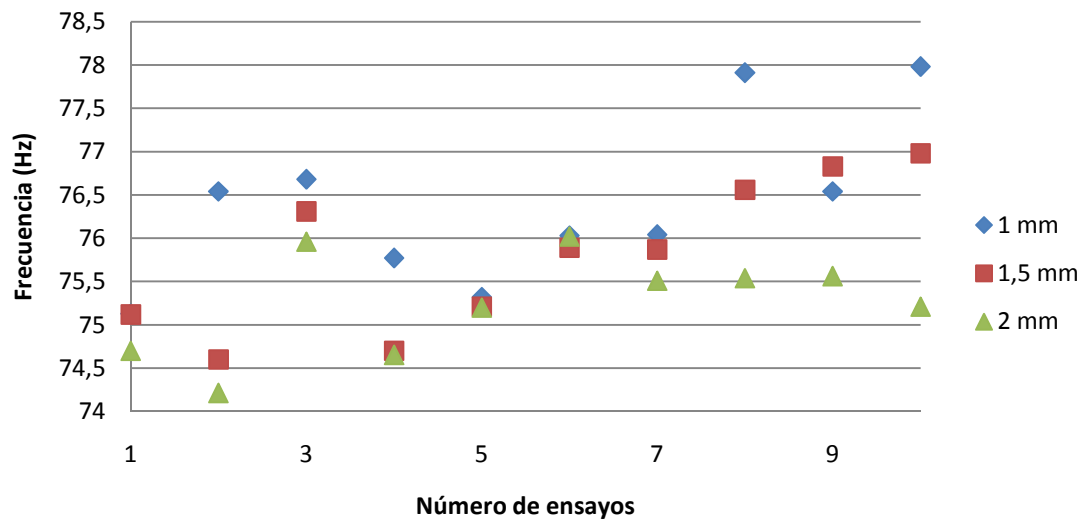


Figura 22: influencia del tipo de amarre: biapoyado. Ejes de 10 mm

Si se observan las medias de los datos recogidos, en el eje sano se ha registrado una media de 157,01 Hz, en el eje de diámetro 20 mm y fisura de 6 mm la media ha sido de 141,58 Hz, en el eje de diámetro 20 mm y fisura de 8 mm la media ha sido de 135,53 Hz, en el eje de diámetro 10 mm y fisura de 1 mm la media ha sido de 76,39 Hz, en el eje de diámetro 10 mm y fisura de 1,5 mm la media ha sido de 75,81 Hz y en el eje de diámetro 10 mm y fisura de 2 mm la media ha sido de 75,26 Hz.

Observando la figura 21 se ve claramente que cuanto mayor es la grieta menor es la frecuencia, ya que todos los datos obtenidos para el eje de diámetro 20 mm y fisura de 8 mm están por debajo de los datos obtenidos para el de fisura 6 mm y estos a su vez, por debajo de los datos obtenidos para el eje sano.

Si se comparan los datos de las figuras 21 y 22, en la figura 21 se ve con mayor claridad que la frecuencia es menor cuanto mayor sea la grieta. Aunque no se vea tan claramente, en la figura 22 en la mayoría de los casos también se cumple esto.

Además se ve que en el caso del eje sano no existe dispersión de los datos mientras en los que tienen fisura existe una variación de los datos.

### 3.3.6.- Influencia del sistema de amarre: en voladizo

Para analizar la influencia del sistema en voladizo, se han ensayado todas las vigas disponibles. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 16. En las figuras 23 y 24 se muestran los resultados separados para cada tamaño de diámetro.

Tipo de amarre: en voladizo						
Sano	20_6	20_8	10_1	10_1,5	10_2	
f (Hz)	f (Hz)	f (Hz)	f (Hz)	f (Hz)	f (Hz)	
15,12	13,34	12,78	7,86	7,81	7,75	
15,12	14,45	13,61	7,51	7,48	7,32	
15,14	13,24	12,96	7,21	7,14	6,85	
15,12	14,07	13,84	6,93	7,35	7,34	
15,12	14,68	12,91	7,32	7,27	6,7	
15,13	14,05	11,93	7,26	7,17	7,08	
15,12	13,56	14,21	7,48	7,36	7,04	
15,12	14,16	13,1	7,25	7,34	7,18	
15,12	14,78	14,82	7,25	6,84	7,86	
15,13	13,83	10,87	7,41	7,37	7,24	
Media	15,12	14,02	13,10	7,35	7,31	7,24

Tabla 16: influencia del tipo de amarre: en voladizo

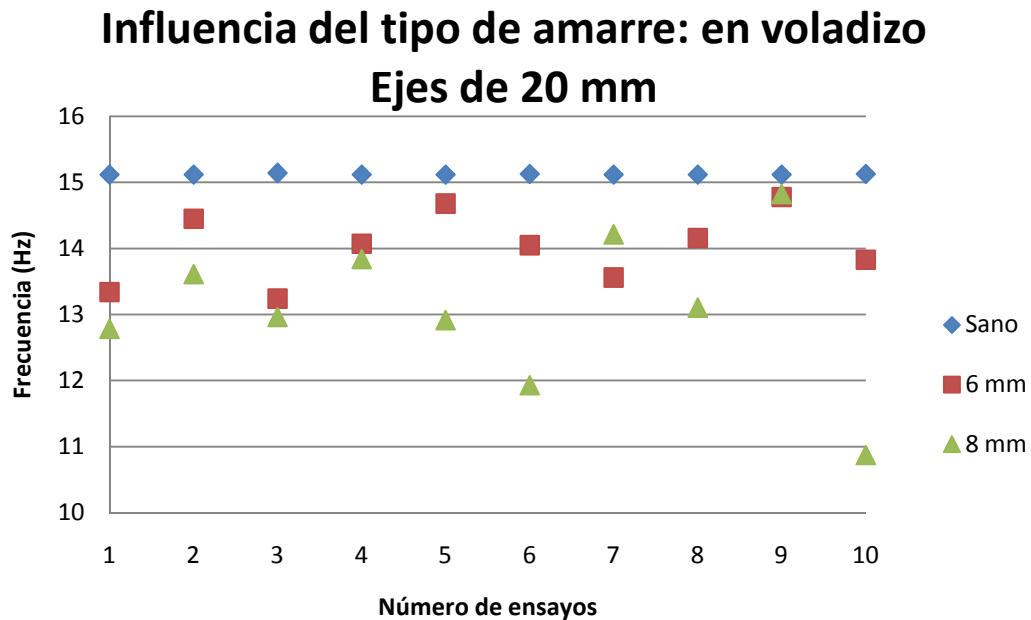


Figura 23: influencia del tipo de amarre: en voladizo. Ejes de 20 mm

## Influencia del tipo de amarre: en voladizo Ejes de 10 mm

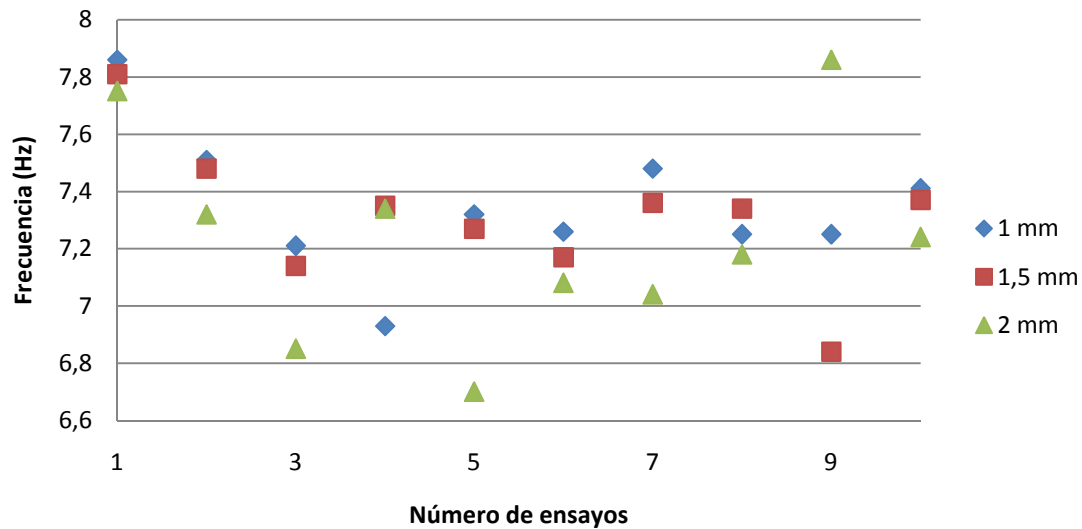


Figura 24: influencia del tipo de amarre: en voladizo. Ejes de 10 mm

Si se observan las medias de los datos recogidos, en el eje sano se ha registrado una media de 15,12 Hz, en el eje de diámetro 20 mm y fisura de 6 mm la media ha sido de 14,02 Hz, en el eje de diámetro 20 mm y fisura de 8 mm la media ha sido de 13,10 Hz, en el eje de diámetro 10 mm y fisura de 1 mm la media ha sido de 7,35 Hz, en el eje de diámetro 10 mm y fisura de 1,5 mm la media ha sido de 7,31 Hz y en el eje de diámetro 10 mm y fisura de 2 mm la media ha sido de 7,24 Hz.

En este caso también se puede afirmar viendo las figuras 23 y 24 que en la mayoría de los ensayos se ha cumplido que a mayor fisura, menor frecuencia natural tiene la viga. También se afirma que en el caso del eje sano no existe dispersión de los datos mientras en los que tienen fisura existe una variación de los datos.



### 3.3.7.- Influencia del sistema de amarre: empotrado en un extremo y apoyado en el otro

Para analizar la influencia del sistema empotrado-apoyado, se han ensayado todas las vigas disponibles. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 17. En las figuras 25 y 26 se muestran los resultados separados para cada tamaño de diámetro.

Tipo de amarre: empotrado apoyado					
Sano	20_6	20_8	10_1	10_1,5	10_2
f (Hz)	f (Hz)	f (Hz)	f (Hz)	f (Hz)	f (Hz)
172,55	172,21	171,29	86,17	86,01	86,11
172,53	171,15	172,25	86,2	86,25	85,65
172,55	171,84	171,56	86,12	86,02	85,94
172,54	172,37	171,97	86,02	86,02	85,98
172,53	171,57	171,38	86,97	86,26	86,06
172,53	171,93	171,89	85,74	86,14	86,1
172,54	172,33	172,15	86,28	86,19	86,25
172,55	172,29	171,89	86,29	86,54	86,85
172,54	172,38	171,83	86,39	86,35	86,29
172,54	172,12	171,95	86,21	86,19	86,22
Media	172,54	172,02	171,82	86,24	86,15

Tabla 17: Influencia del sistema de amarre: empotrado-apoyado

### Influencia del tipo de amarre: empotrado - apoyado Ejes de 20 mm

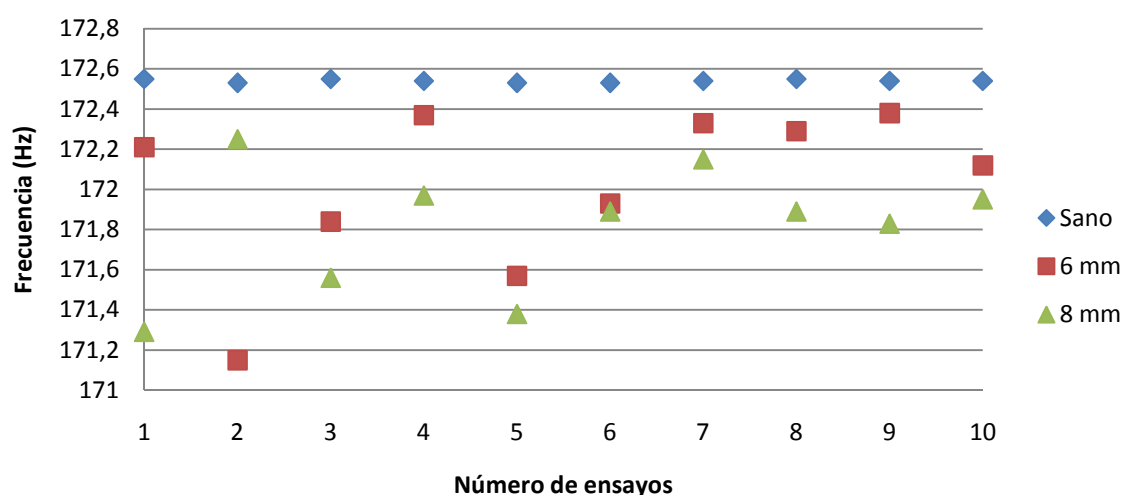


Figura 25: influencia del tipo de amarre: empotrado-apoyado. Ejes de 20 mm

## Influencia del tipo de amarre: empotrado - apoyado Ejes de 10 mm

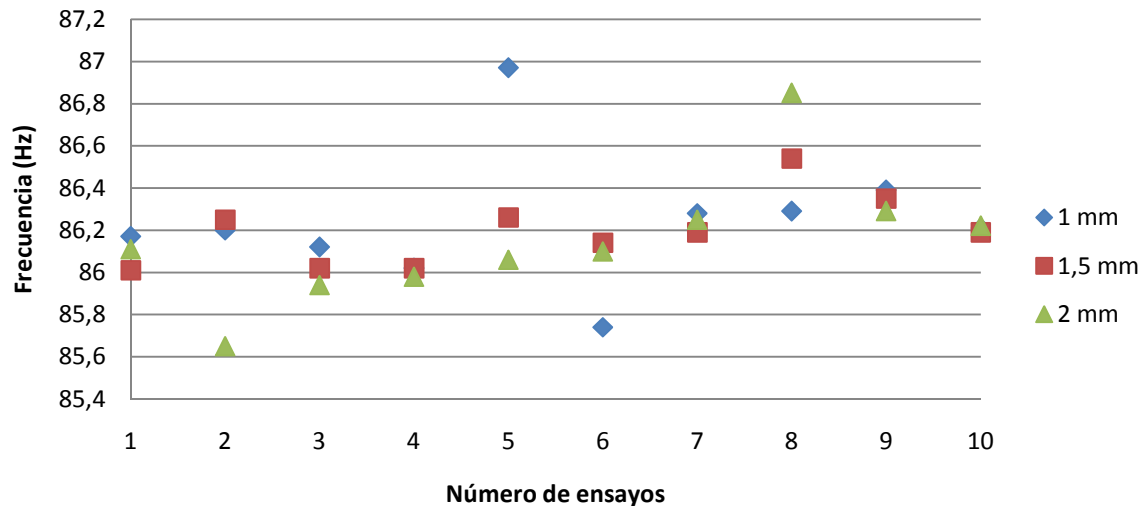


Figura 26: influencia del tipo de amarre: empotrado-apoyado. Ejes de 10 mm

Si se observan las medias de los datos recogidos, en el eje sano se ha registrado una media de 172,54 Hz, en el eje de diámetro 20 mm y fisura de 6 mm la media ha sido de 172,02 Hz, en el eje de diámetro 20 mm y fisura de 8 mm la media ha sido de 171,82 Hz, en el eje de diámetro 10 mm y fisura de 1 mm la media ha sido de 86,24 Hz, en el eje de diámetro 10 mm y fisura de 1,5 mm la media ha sido de 86,40 Hz y en el eje de diámetro 10 mm y fisura de 2 mm la media ha sido de 86,15 Hz.

En este caso también se puede afirmar viendo las figuras 25 y 26 que en la mayoría de los ensayos se ha cumplido que a mayor fisura, menor frecuencia natural tiene la viga. También se afirma que en el caso del eje sano no existe dispersión de los datos mientras en los que tienen fisura existe una variación de los datos.

### 3.3.8.- Ejes de diámetro 20 mm y 6 mm de profundidad de fisura

Como ya se ha mencionado anteriormente, se tienen 3 ejes de diámetro 20 mm y profundidad de entalla 6 mm, del mismo material y mismo acabado. Se han analizado los tres ejemplares para analizar las diferencias que pudiera haber. Estos ensayos se han realizado amarrando los ejes apoyados en los dos extremos. Los resultados se muestran en la tabla 18 y en la figura 27.

ANÁLISIS DE LOS EJES DE 20 mm DE DIAMETRO Y 6mm DE PROFUNDIDAD DE FISURA			
Nº1	Nº2	Nº3	
f(Hz)	f(Hz)	f(Hz)	
142,33	144,06	142,84	
144	142,31	141,48	
139,77	141,05	142,04	
138,05	141,5	141,26	
141,55	141,56	140,89	
143,12	140,21	141,27	
141,73	141,36	141,78	
141,83	141,47	141,26	
141,81	141,21	141,32	
141,58	141,59	141,47	
Media	141,58	141,63	141,56

Tabla 18: análisis de los ejes de 20 mm de diámetro y 6 mm de fisura

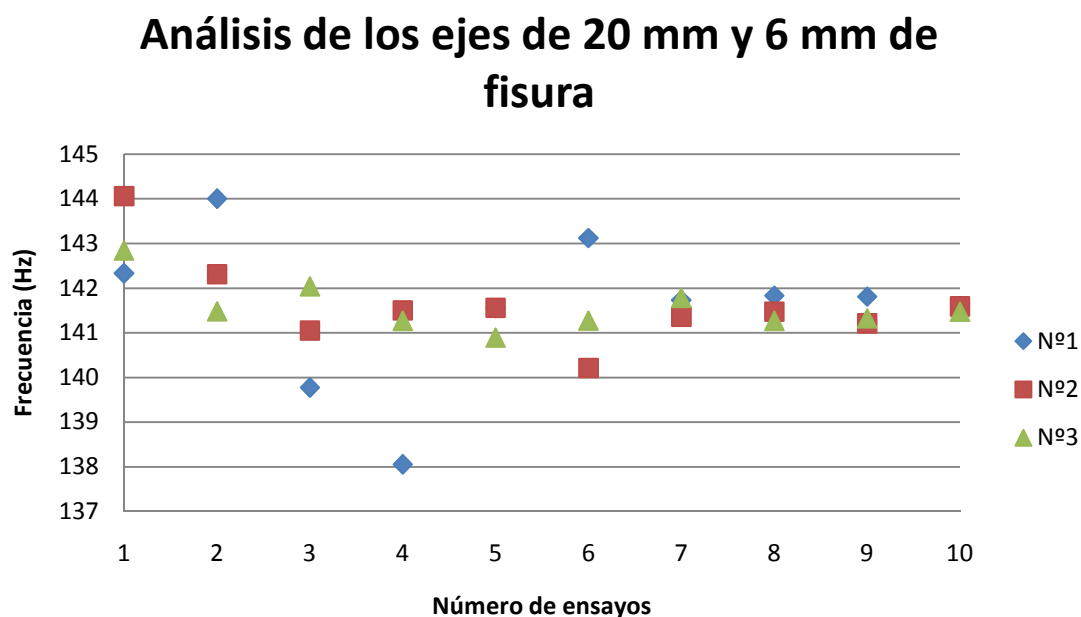


Figura 27: análisis de los ejes de 20 mm de diámetro y 6 mm de fisura

Si se observan las medias de los datos recogidos de los ensayos en cada una de las posiciones, la media es prácticamente la misma, en eje número 1 se ha registrado una media de 141,58 Hz, en el número 2 se ha recogido una media de 141,63 Hz y en el número 3 una media de 141,56 Hz.

El valor de la frecuencia máxima recogida teniendo en cuenta todos los ensayos ha sido de 144 Hz y se ha recogido en el eje número 1. Por otro lado, el valor de la frecuencia mínima ha sido de 138,05 Hz y se ha recogido en el número 1 también. La diferencia máxima ha sido de 5,95 Hz.

Por otro lado, si se observan los resultados obtenidos con cada eje por separado, el que mayor diferencia de frecuencia presenta entre los ensayos realizados, ha sido el eje número 1. La diferencia ha sido de 5,95 Hz. La menor diferencia ha estado en los ensayos en el eje número 3 y su valor es de 1,95 Hz. En los ensayos realizados en el eje número 2, la diferencia ha sido de 3,85 Hz.

Observando la figura 27 se ve que en la mayoría de los ensayos se han registrado frecuencias entre 140 Hz y 142 Hz, se puede decir que los valores obtenidos con los tres ejes son muy cercanos. Además sabiendo que la mayor diferencia es de 5,95 Hz, que representa el 4,13%, se puede decir que las tres vigas son iguales y que no presentan ninguna diferencia.

### 3.3.9.- Ejes de diámetro 20 mm y 8 mm de profundidad de fisura

En este caso también se tienen 3 ejes de diámetro 20 mm y profundidad de entalla 8 mm, del mismo material y mismo acabado. Se han analizado los tres ejemplares para analizar las diferencias que pudiera haber. Estos ensayos se han realizado amarrando los ejes apoyados en los dos extremos. Los resultados se muestran en la tabla 19 y en la figura 28.

ANÁLISIS DE LOS EJES DE 20 mm DE DIAMETRO Y 8mm DE PROFUNDIDAD DE FISURA			
Nº1	Nº2	Nº3	
f(Hz)	f(Hz)	f(Hz)	
135,34	136,24	133,95	
136,37	135,24	136,94	
138,69	135,35	134,59	
134,21	134,87	136,14	
134,3	135,65	136,17	
134,12	135,47	135,28	
136,65	136,54	135,43	
135,56	133,85	135,62	
135,96	136,41	135,54	
134,08	135,54	135,78	
Media	135,53	135,52	135,54

Tabla 19: análisis de los ejes de 20 mm de diámetro y 8 mm de fisura

## Análisis de los ejes de 20 mm y 8 mm de fisura

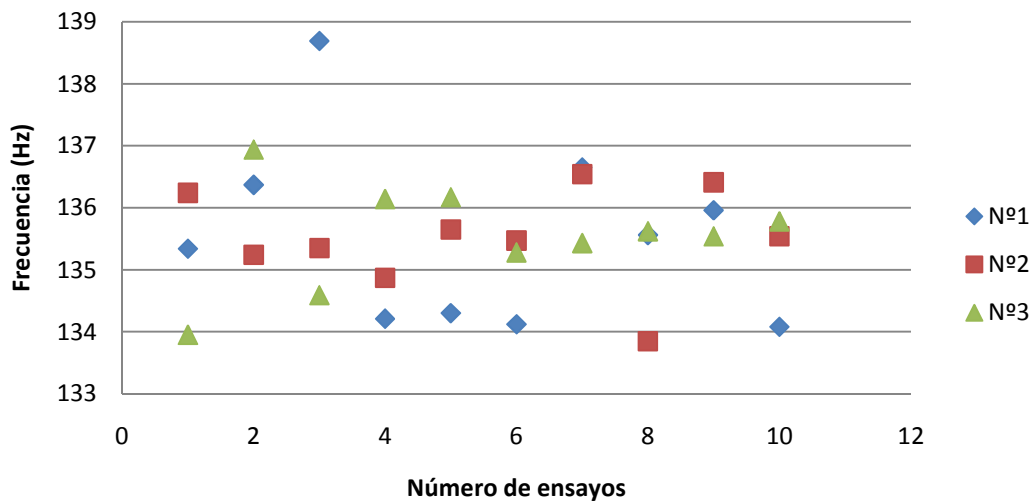


Figura 28: análisis de los ejes de 20 mm de diámetro y 8 mm de fisura

Si se observan las medias de los datos recogidos de los ensayos en cada una de las posiciones, la media es prácticamente la misma, en eje número 1 se ha registrado una media de 135,53 Hz, en el número 2 se ha recogido una media de 135,52 Hz y en el número 3 una media de 135,54 Hz.

El valor de la frecuencia máxima recogida teniendo en cuenta todos los ensayos ha sido de 138,69 Hz y se ha recogido en el eje número 1. Por otro lado, el valor de la frecuencia mínima ha sido de 133,85 Hz y se ha recogido en el número 2. La diferencia máxima ha sido de 4,84 Hz.

Por otro lado, si se observan los resultados obtenidos con cada eje por separado, el que mayor diferencia de frecuencia presenta entre los ensayos realizados, ha sido el eje número 1. La diferencia ha sido de 4,61 Hz. La menor diferencia ha estado en los ensayos en el eje número 2 y su valor es de 2,69 Hz. En los ensayos realizados en el eje número 3, la diferencia ha sido de 2,99 Hz.

Observando la figura 28 se ve que en la mayoría de los ensayos se han registrado frecuencias entre 134 Hz y 137 Hz, se puede decir que los valores obtenidos con los tres ejes son muy cercanos. Además sabiendo que la mayor diferencia es de 4,84 Hz, que representa el 3,49%, se puede decir que las tres vigas son iguales y que no presentan ninguna diferencia.

### 3.3.10.- Desviación típica y media real

En los ensayos realizados se han registrado dos tipos de datos, algunos cercanos a los datos teóricos y otros muy alejados. Debido a esto se han tenido que realizar muchos ensayos en los ejes que presentaban una fisura, en el caso más crítico 71 ensayos, es interesante analizar la desviación típica que ha habido teniendo en cuenta todos los ensayos realizados. También se ha analizado cual es la media real si se tienen en cuenta los datos alejados. En la tabla 20 y en la figuras 29 se pueden ver los resultados.

Eje	Biapoyado			En voladizo			Empotrado - apoyado		
	Media Usada (Hz)	Media Real (Hz)	Desviación (Hz)	Media Usada (Hz)	Media Real (Hz)	Desviación (Hz)	Media Usada (Hz)	Media Real (Hz)	Desviación (Hz)
Sano	157,01	157,01	0,01	15,12	15,12	0,01	172,54	172,54	0,01
20_6	141,58	149,01	24,98	14,02	17,56	9,39	172,02	225,12	154,31
20_8	135,53	137,53	8,07	13,10	26,48	34,93	171,82	174,65	8,67
10_1	76,39	142,05	192,72	7,35	59,05	157,77	86,24	152,63	219,81
10_1,5	75,81	82,40	80,83	7,31	41,36	106,54	86,20	143,51	111,71
10_2	75,26	86,01	68,74	7,24	34,55	122,03	86,15	158,93	154,52

Tabla 20: desviación y media real

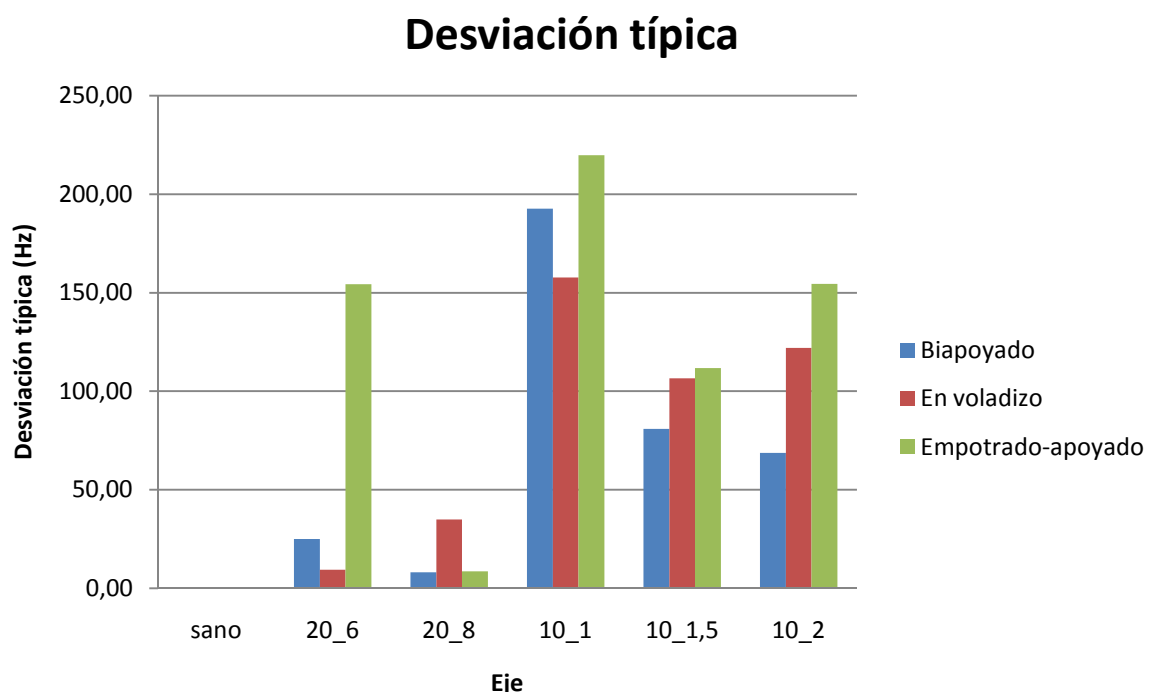


Figura 29: desviación típica según el eje y sistema de amarre

Se puede observar en la figura 29 que la desviación del eje sano no aparece, debido a la baja desviación del eje sano, 0,01 en todos los casos, y las desviaciones de los demás ejes.

Aparte de esto se ve que el eje que mayor desviación tiene en los tres tipos de amarre es el eje de diámetro de 10 mm y profundidad de fisura de 1 mm. Por otra parte en la mayoría de los ejes la mayor desviación se ha registrado cuando el eje se sujeta empotrado por un extremo y apoyado en el otro.

También se ha analizado cual es la media real si se tienen en cuenta los datos alejados. La comparación entre la media real y la de los datos usados se puede ver en las figuras 30, 31 y 32, para cada tipo de sistema de sujeción.

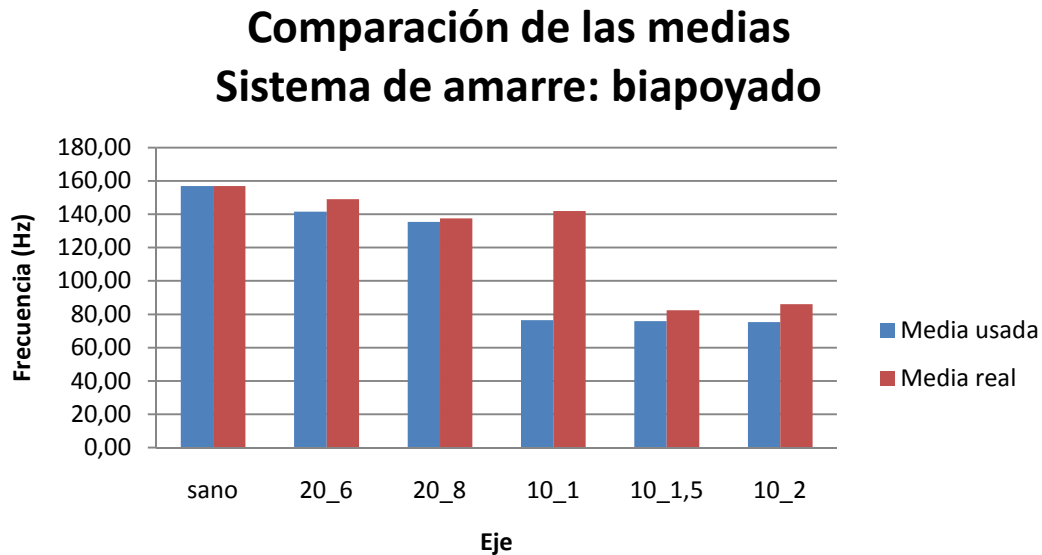


Figura 30: comparación de las medias. Biapoyado

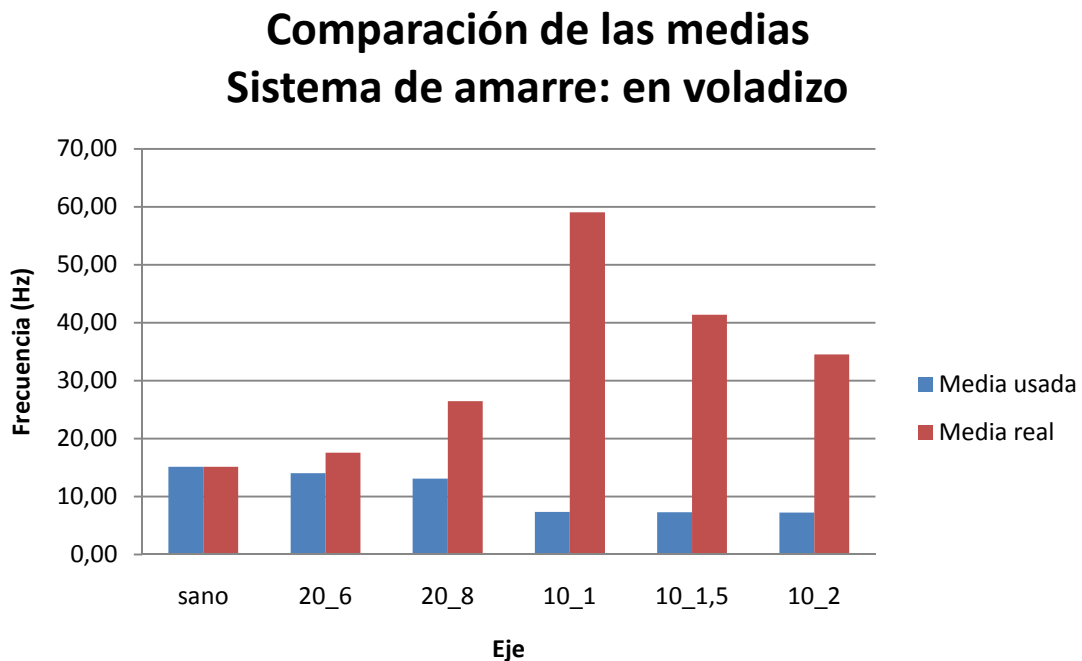


Figura 31: comparación de las medias. En voladizo

## Comparación de las medias Sistema de amarre: empotrado-apoyado

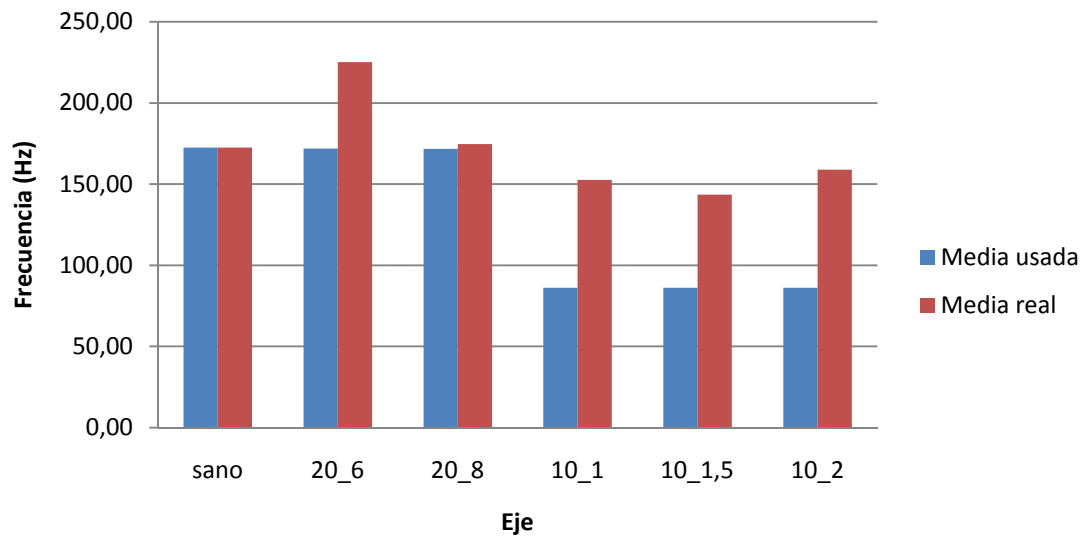


Figura 32: comparación de las medias. Empotrado-apoyado

Se puede ver en las figuras 30, 31 y 32 que la media real en el eje de 10 mm de diámetro y fisura de 1 mm es la que más alejada esta de la media de los datos usados.



#### 4.- Comparación de los resultados

En este apartado se comparan los resultados obtenidos en el apartado teórico y los resultados obtenidos mediante los ensayos para cada tipo de sistema de sujeción. Para ello se presentan en la tabla 21 la frecuencia teórica obtenida para los ejes sanos y los fisurados, teniendo en cuenta que para los fisurados se ha supuesto que la sección era de geometría cuadrada, y la frecuencia obtenida de los ensayos.

	Biapoyado		En voladizo		Empotrado-apoyado	
Ejes	$f_{\text{Teórica}}$ (Hz)	$f_{\text{Práctica}}$ (Hz)	$f_{\text{Teórica}}$ (Hz)	$f_{\text{Práctica}}$ (Hz)	$f_{\text{Teórica}}$ (Hz)	$f_{\text{Práctica}}$ (Hz)
Sano	147,89	157,01	14,24	15,12	162,54	172,54
20_6	163,10	141,58	13,78	14,02	162,532	172,02
20_8	154,48	135,53	13,17	13,10	162,522	171,82
10_1	85,20	76,39	7,11	7,35	81,2698	86,24
10_1,5	84,96	75,81	7,09	7,31	81,2696	86,20
10_2	84,61	75,26	7,07	7,24	81,2692	86,15

Tabla 21: comparación de las frecuencias teórica y práctica

En el caso del eje sano, se ha calculado cual es la diferencia entre la teórica y el resultado de los ensayos para cada caso han sido los siguientes:

- Biapoyada: 1,0616
- En voladizo: 1,0617
- Empotrado-apoyado: 1,0615

Después de calcular este coeficiente de diferencia se ha descubierto que era el mismo en todos los casos, lo que quiere decir que el módulo de Young o la densidad del material que no eran conocidos y se tuvieron que estimar eran diferentes a los valores escogidos.

Por otro lado para poder obtener conclusiones sobre lo ocurrido con los ejes fisurados se ha calculado el coeficiente de disminución. Por una parte se ha calculado el coeficiente de disminución teórico de los ejes fisurados respecto a la frecuencia teórica de una viga cuadrada, ya que la frecuencia teórica de los ejes fisurados se han calculado para vigas cuadradas. Estos datos se han comparado con el coeficiente de disminución de los datos obtenidos de los ensayos de las vigas fisuradas respecto los datos obtenidos de los ensayos de las vigas no fisuradas. Los resultados se muestran en la tabla 22.

	Biapoyado		En voladizo		Empotrado - apoyado	
Ejes	Disminución teórica	Disminución práctica	Disminución teórica	Disminución práctica	Disminución teórica	Disminución práctica
20_6	0,955	0,902	0,968	0,927	0,99995	0,998
20_8	0,905	0,860	0,925	0,866	0,99989	0,996
10_1	0,997	0,973	0,999	0,972	0,999997	0,9993
10_1,5	0,995	0,965	0,997	0,967	0,999995	0,9991
10_2	0,991	0,958	0,994	0,958	0,999991	0,9986

Tabla 22: coeficientes de disminución de la frecuencia teórico y práctico

## Comparación de los resultados

Observando la tabla 22 se ve que la disminución de la frecuencia en los ensayos ha sido mayor en comparación con los datos teóricos, es decir, que la frecuencia obtenida de los ejes fisurados ha sido menor. Esto puede ser debido a que los datos teóricos están calculados para secciones cuadradas. Otra de las razones puede ser que gracias a la dispersión de los datos los resultados no sean tan exactos.

Por otro lado, se puede observar que la mayor disminución de la frecuencia, es decir el menor coeficiente de disminución, teóricamente tendría que ser cuando se sujeta la viga apoyada por los dos extremos, pero en la práctica la disminución ha estado muy igualado entre el sistema de amarre biapoyado y en voladizo. En los ejes fisurados de 20 mm de diámetro y el eje de 10 mm de diámetro y fisura de 1,5 mm, el coeficiente de disminución ha sido menor en el biapoyado. En el caso del eje de 10 mm y fisura de 1 mm el coeficiente de disminución ha sido menor cuando el sistema de amarre ha sido en voladizo. En el eje de 10 mm y 2 mm de fisura, en los dos casos el coeficiente de disminución ha sido el mismo. Por último, la disminución de la frecuencia en el sistema de amarre empotrado-apoyado ha sido el más pequeño tanto en la práctica como en la teoría.

## 5.- Guía del software

En este apartado se explica la como configurar el software teniendo en cuenta los útiles que se tienen. Primero, se habla de la barra de herramientas que se encuentra en la parte superior cuando se abre el programa en forma general y después se comentan con más detalle las pestañas "Measure", "Analyse" y "Recorder".

### 5.1.- Pantalla principal

Cuando se abre el programa por primera vez en la pantalla solo se encuentra una barra de herramientas principal (ver figura 33).



Figura 33: barra de herramientas principal

En esta viga de herramientas hay diferentes botones, a continuación se explica la función de cada una:

- "Measure": esta pestaña consta de otras tres para este caso. La pestaña "Analog" en la que configuraremos todo lo que está relacionado con la adquisición de datos: los canales del amplificador, opciones de almacenamiento, tasas de adquisición etc. También se pueden configurar los resultados que queremos obtener en la pestaña "Math" y el detonador para que el programa comience o pare de registrar los datos en la pestaña "Trigger".
- "Analyse": en esta pantalla se puede visualizar el último ensayo realizado o buscar los ensayos realizados previamente, para abrirlos y analizar todos los datos o previsualizar los resultados.
- "Setup": este botón sirve para volver al modo de configuración de las adquisiciones de datos y poder volver a visualizar las pestañas "Analog", "Math" y "Trigger", cuando hemos pasado a alguna otra pestaña.
- "Overview": sirve para visualizar los datos adquiridos en cada momento si el programa está en modo "Measure" y para visualizar los datos de un ensayo realizado si la pestaña que esta activa es la de "Analyse".
- "Scope": sirve para visualizar la apariencia que tienen los datos que estamos analizando en modo grafico en un periodo corto de tiempo.
- "Recorder": esta pestaña sirve para guardar los datos. Las siguientes tres pestañas que aparecen, "Arm", "Trig" y "Stop" son botones que solo sirven cuando el programa está en modo recorder.

Es importante saber que el programa puede estar solo en modo "Measure" o "Analyse" y que los demás botones sirven para los dos modos. En la primera se pueden ver valores actuales y en la segunda se ven los datos de un ensayo guardado. Si se encuentra en el segundo modo, también existe la opción de exportar el archivo o de imprimirlo.

A continuación se habla de las pestañas "Measure", "Analyse" y "Recorder" ya que son las que más importancia tienen y las más usadas.

## 5.2.- Pestaña "Measure"

Lo que se muestra en pantalla cuando pulsamos el botón "Measure" se puede ver en la figura 34.

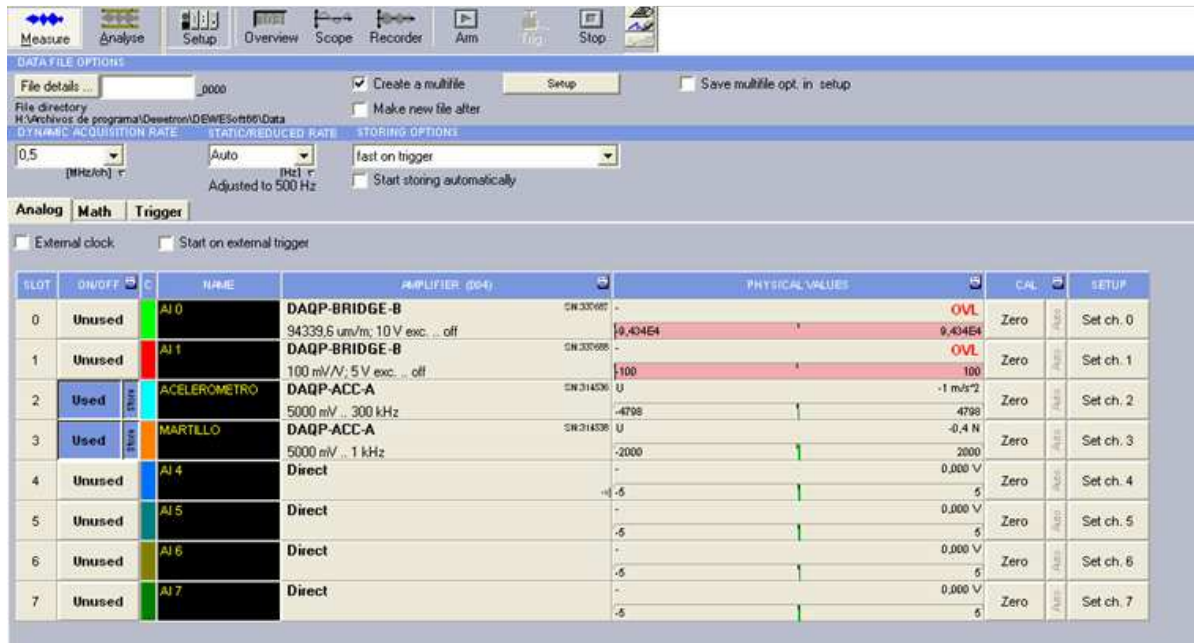


Figura 34: apariencia de la pestaña "measure"

Hay una parte llamada "Data file options" en la parte de arriba en donde se tiene la opción de nombrar el archivo de datos, guardarlo en la dirección deseada. En el centro hay tres que tienen que ver con la adquisición de datos, que son "Dynamic acquisition rate", "Static/reduced rate" y "Storing options". Después se pueden ver tres pestañas, "Analog", "Math" y "Trigger". A continuación se explicaran al detalle estas tres pestañas ya que son muy importantes.

### 5.2.1.- Pestaña "Analog"

La pestaña "Analog" es la que viene por defecto cuando se pulsa por primera vez el botón "Measure". En la pestaña actual se pueden ver los canales que tiene el amplificador. En este caso aparecen 4 canales directos, 2 de tipo puente y otros 2 de tipo acelerómetro (ver figura 35).

Analog Math Trigger									
<input type="checkbox"/> External clock <input type="checkbox"/> Start on external trigger									
SLOT	ON/OFF	C	NAME	AMPLIFIER (004)	PHYSICAL VALUES	CAL	SETUP		
0	Unused	AI 0	DAQP-BRIDGE-B	SN.337687	-	OVL	Zero	Auto	Set ch. 0
			94339.6 um/m; 10 V exc. ... off		9.434E4	9.434E4			
1	Unused	AI 1	DAQP-BRIDGE-B	SN.337688	-	OVL	Zero	Auto	Set ch. 1
			100 mV/V; 5 V exc. ... off		100	100			
2	Used	AI 2	ACELEROMETRO	SN.314536	-	-1 m/s <sup>2</sup>	Zero	Auto	Set ch. 2
			5000 mV .. 300 kHz		-4798	4798			
3	Used	AI 3	MARTILLO	SN.314538	U	-0.4 N	Zero	Auto	Set ch. 3
			5000 mV .. 1 kHz		-2000	2000			
4	Unused	AI 4	Direct		-	0.000 V	Zero	Auto	Set ch. 4
					-5	5			
5	Unused	AI 5	Direct		-	0.000 V	Zero	Auto	Set ch. 5
					-5	5			
6	Unused	AI 6	Direct		-	0.000 V	Zero	Auto	Set ch. 6
					-5	5			
7	Unused	AI 7	Direct		-	0.000 V	Zero	Auto	Set ch. 7
					-5	5			

Figura 35: pestaña "analog"

La información que da el programa sobre los canales se divide en 8 secciones, de izquierda a derecha son las siguientes:

- "Slot": muestra el número del canal. Los canales también están numerados en el amplificador.
- "On/off": muestra si el canal esta activo o inactivo. En el caso de que este activo también muestra si la información de ese canal será guardada o no.
- "C": muestra el color del canal.
- "Name": da opción de nombrar cada canal.
- "Amplifier": muestra que tipo de canal es.
- "Physical values": muestra el valor en cada momento de cada canal. Si en alguno de los canales pone "OVL" en color rojo, como se ve en la figura 35, es que el valor real sobrepasa el máximo o el mínimo establecido.
- "Cal": si se pulsa el boton "Zero" de un canal se pone a cero esta entrada.
- "Setup": si se pulsa este botón se abrirá una ventana nueva en la que se configuran el acelerómetro o el martillo en este caso. En la figura 36 se muestra la configuración del canal en el que se encuentra conectado el acelerómetro. Se puede observar que la ventana tiene 3 secciones. Para rellenar estas secciones hace falta mirar la hoja de especificaciones de los componentes. Para rellenar la parte de "Scaling" hay dos posibilidades, hacerlo conociendo los valores de dos puntos (ver figura 36), o hacerlo mediante una función, poniendo un factor de escala o conociendo la sensibilidad (ver figura 37).

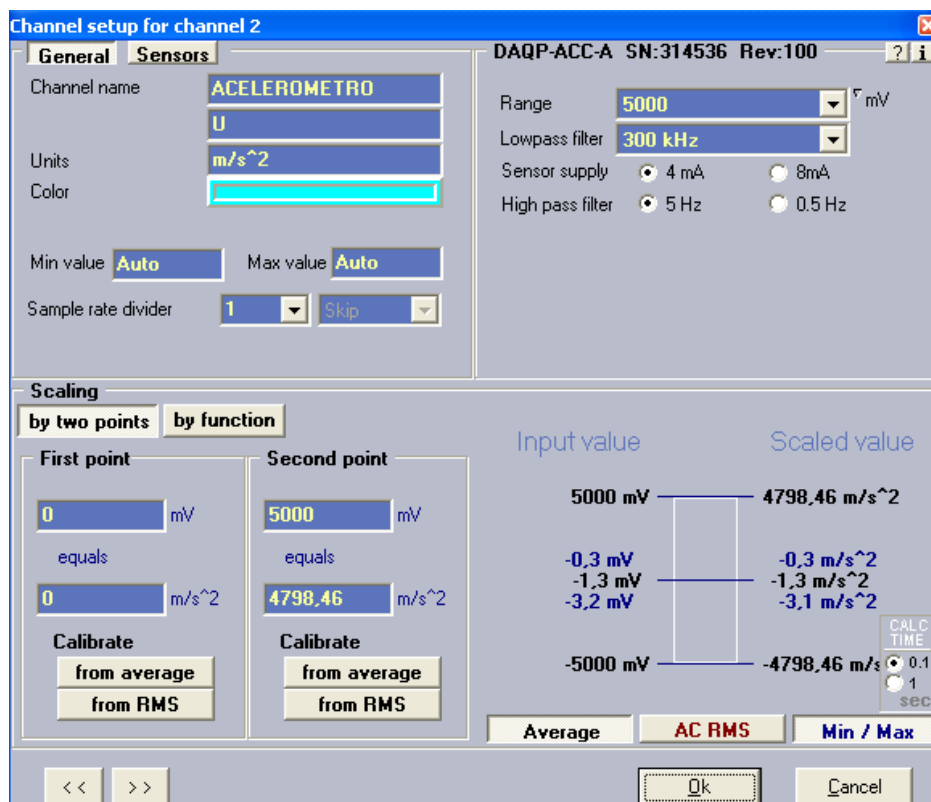


Figura 36: configuración del canal

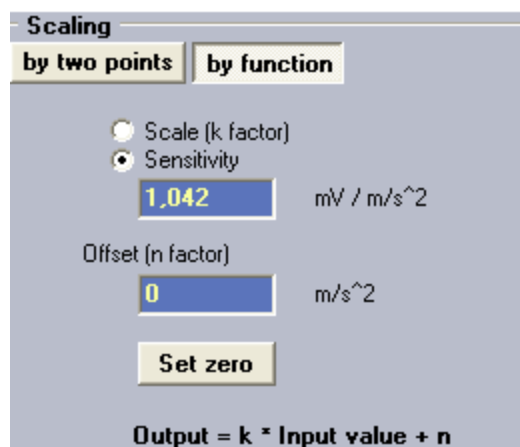


Figura 37: escalado conociendo la sensibilidad

Si en la parte "amplifier" algún canal tiene color rojo significa que la configuración que se ha puesto en ese canal no coincide con el módulo que estamos utilizando. La opción más común es que seguramente el amplificador no está conectado al ordenador o a la red eléctrica.

### 5.2.2.- Pestaña "Math"

Esta pestaña sirve para que el programa sepa cuáles son los resultados que se desean obtener. En este caso se desea obtener la frecuencia por lo que se pulsará el botón "FREQ" de esta pestaña y se elegirá la opción de "Exact frequency" (ver figura 38).

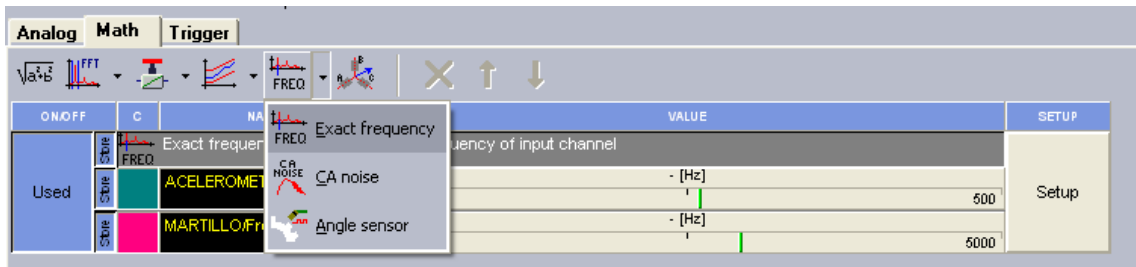


Figura 38: pestaña "math"

Una vez elegido que resultados queremos la información que aparece en la pantalla se divide en distintas secciones muy parecidas a las explicadas en la pestaña "Analog". Si se pulsa el botón "Setup" se podrá elegir de que canal activo se desea obtener este resultado y también se pueden configurar más factores (ver figura 39).

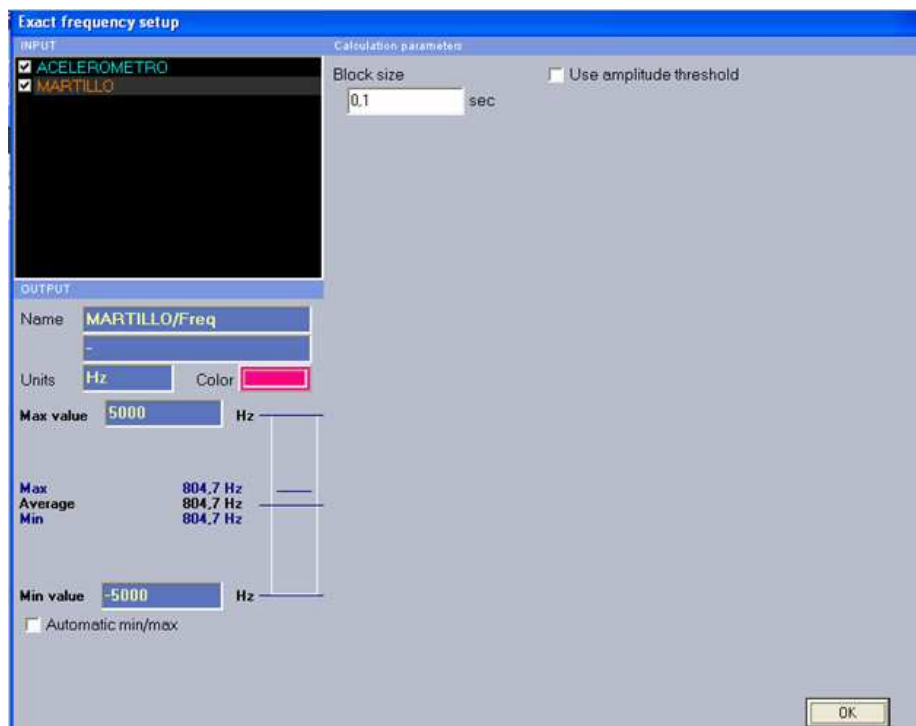


Figura 39: configuración de la pestaña "math"

### 5.2.3.- Pestaña "Trigger"

En la pestaña "Trigger" se configuran las condiciones para que el programa comience a guardar los datos y también para que deje de hacerlo. En este caso el programa se ha configurado para que comience a guardar los datos cuando se registra un golpe del martillo entre 10 N y 100 N, y para que deje de guardar cuando pasen 2 segundos desde que se dio el golpe (ver figura 40).



Figura 40: condiciones de almacenaje y parada de almacenaje

### 5.3.- Pestaña "Analyse"

En esta pestaña se pueden visualizar los resultados obtenidos de dos maneras. La primera es haciendo doble clic en el ensayo que queramos visualizar para poder analizarlo. Podremos usar los botones "Setup", "Overview", "Scope", "Recorder" para ver los datos que nos interesen sobre ese ensayo. La otra manera, es haciendo un solo clic encima. De esta forma, en la parte de abajo de la ventana se pueden ver los datos más importantes que se han registrado (ver figura 41).

Channel info								
Ch. no	Acq. rate	Name	Settings	Scale (k)	Offset (n)	Range (from...to)	Min	Max
AI 2	500000	ACCELEROMETRO U	DAQPACC-A (5000 mV, 300 kHz) 314536	0.9597	0	-4798 : 4798 m/s <sup>2</sup>	-42.76	73.81
AI 3	500000	MARTILLO U	DAQPACC-A (5000 mV, 1 kHz) 314536	0.4	0	-2000 : 2000 N	-3.479	25.45
Math 9 (Exact frequ...	8.0	ACCELEROMETRO/Freq	Exact frequency of input channel	1	0	-500 : 500 Hz	13.51	86.52
Math 9 (Exact frequ...	8.0	MARTILLO/Freq	Exact frequency of input channel	1	0	-500 : 500 Hz	15.06	21.31

Figura 41: previsualización de los datos

### 5.4.- Pestaña "Recorder"

Esta pestaña sirve para comenzar a grabar los ensayos. Para ello se pulsa el botón "Arm" de la barra de herramientas y el programa está listo para comenzar a grabar cuando se cumpla la condición que se ha puesto en la pestaña "Trigger" dentro de "Measure". El programa solo guarda los datos que se encuentren dentro de las condiciones para empezar a guardar y dejar de guardar que se han puesto. Es decir, en este caso solo guarda cuando se golpea el eje con una fuerza de entre 10 N y 100 N y deja de guardar cuando pasan 2 segundos desde el golpe. El programa indica con un raya vertical roja cuando se da la condición para empezar y con otra raya roja cuando se deja de guardar (ver figura 42). Si se desea dejar de guardar se pulsa el botón "Stop".

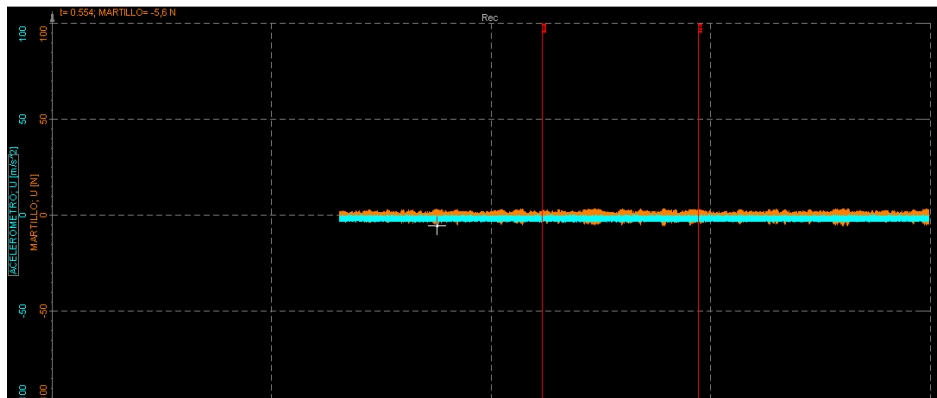


Figura 42: pantalla de almacenaje de los datos



## 6.- Conclusiones

Observando los resultados teóricos y los resultados de los ensayos la primera conclusión y la más importante es que si comparan el eje sano con los ejes fisurados, los fisurados tienen menor frecuencia natural. Lo que significa que a mayor profundidad de fisura menor frecuencia tiene el eje. El caso en el que menos disminuye la frecuencia es en el sistema de amarre empotrado-apoyado, tanto en los resultados teóricos como en los prácticos. En lo que a los otros dos sistemas de amarre se refiere, los dos tienen un coeficiente de disminución de la frecuencia muy parecido, según los resultados teóricos la que mayor disminución de la frecuencia debería tener es cuando se sujeta apoyada por los dos extremos, pero en la práctica no siempre ha sido así.

También se ha concluido que la disminución de la frecuencia en los ensayos ha sido mayor en comparación con los datos teóricos, es decir, que la frecuencia obtenida de los ejes fisurados ha sido menor. Esto puede ser debido a que los datos teóricos están calculados para secciones cuadradas. Otra de las razones puede ser que gracias a la dispersión de los datos los resultados no sean tan exactos.

Por otro lado, estas son las conclusiones que se han obtenido sobre el comportamiento de los ejes fisurados de los ensayos realizados:

- La fuerza con la que se golpea el eje no influye en la frecuencia de la misma, al igual que cambiar las puntas de los martillos y golpear con materiales más o menos duros tampoco afecta.
- La posición del acelerómetro a lo largo del eje no afecta a la frecuencia.
- Golpear con el martillo el eje en distintas cotas de longitud de la misma no afecta.
- Golpear con el martillo en diferentes direcciones no influye. Pero se ha visto que en los dos ejes de diámetro 20 mm, cuando se ha golpeado en vertical los datos obtenidos han estado menos dispersos.
- Por último, para los ejes fisurados se han tenido que hacer una mayor cantidad de ensayos para poder obtener resultados, sobre todo los ejes de menor diámetro.

Además se ha visto que el eje que mayor desviación de los datos tiene en los tres tipos de amarre es el eje de diámetro de 10 mm y profundidad de fisura de 1 mm. Por otra parte en la mayoría de los ejes la mayor desviación se ha registrado cuando el eje se sujeta empotrado por un extremo y apoyado en el otro. En los ejes sanos no existe desviación en comparación con los fisurados.

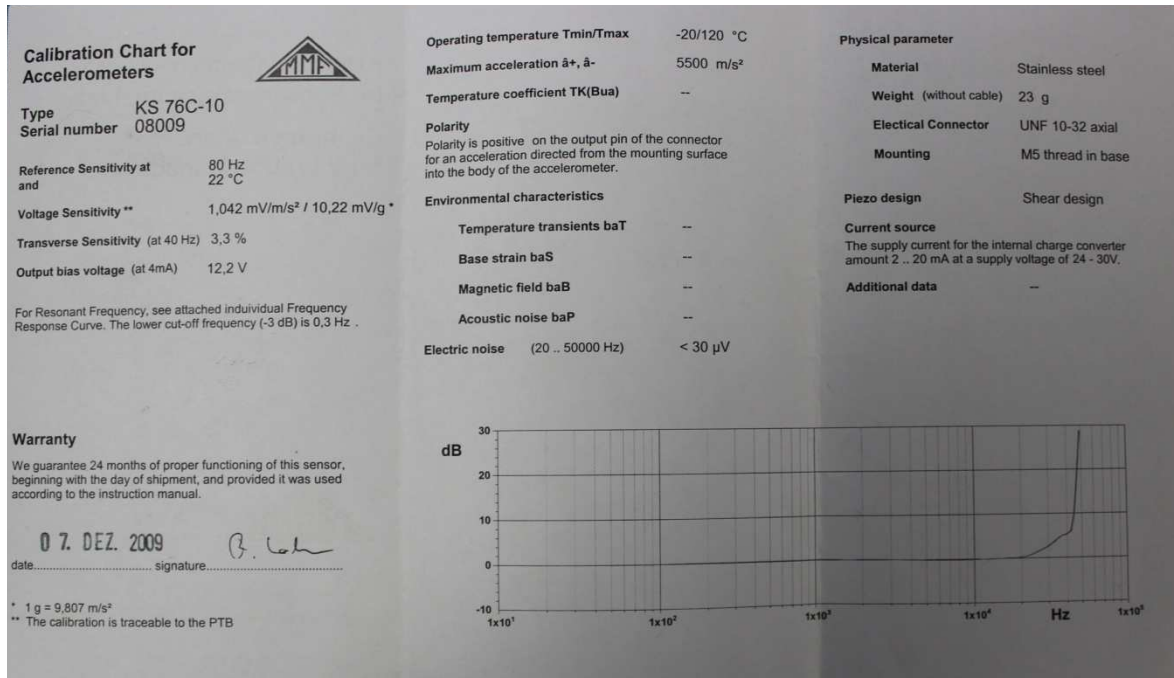
El caso del eje sin fisura, ha servido para ver que las propiedades del material que se tuvieron que estimar al principio no fueron las acertadas.

Por último, comentar que si lo que se desea hacer es un análisis del modo de vibración completo, el amplificador que se ha usado no es el más recomendable para ello, ya que solo es capaz de mostrar un rango de frecuencia, diciendo cual es el máximo y el mínimo registrado. Además, el mismo fabricante recomienda usar otro módulo para el análisis del modo de vibración.

## 7.- Bibliografía

1. Kistler Group. [En línea] <http://www.kistler.com>.
2. Sensing SL. [En línea] <http://www.sensores-de-medida.es/>.
3. *Approximate calculation of the fundamental frequency for bending vibrations of cracked beams*. **J. Fernández-Sáez, L. Rubio y C. Navarro**. s.l. : Journal of Sound and Vibration (1999) 225(2), 345-352.
4. *DEWESoft user manual*. s.l. : DEWETRON.
5. *Piezoelectric Accelerometers: theory and application*. s.l. : MMF: Manfred Weber Metra Mess und Frequenztechnik.
6. AAC centro de acústica aplicada S.L. [En línea] <http://www.aacacustica.com/>.
7. **Moreno, Raúl Herrero**. *PFC: Métodos simplificados para el análisis vibratorio de vigas fisuradas*.
8. **Rao, Singiresu S**. *Mechanical vibrations*. s.l. : Pearson.
9. **Cortes, F. Lafita Babio y H. Mata**. *Vibraciones mecánicas en ingeniería* . Madrid : s.n., 1964.

## ANEXO A. Hoja de características del acelerómetro



## ANEXO B. Hoja de características del martillo

Technical Data			
Type	Units	9722A500	9722A2000
Force Range	N	0 ... 500	0 ... 2000
Maximum Force	N	2500	10000
Sensitivity nom.	mV/N	10	2
Resonant Frequency	kHz	27	27
Frequency Range with steel impact tip (-10 dB)	Hz	8200	9300
Time Constant nom	s	500	500
Rigidity	kN/ $\mu$ m	0,8	0,8
Temperature Range Operating	°C	-20 ... 70	-20 ... 70
Output:			
Voltage F.S.	V	$\pm 5$	$\pm 5$
Bias nom.	VDC	11	11
Impedance	$\Omega$	<100	<100
Source:			
Voltage	V	20 ... 30	20 ... 30
Constant current	mA	2 ... 20	2 ... 20
Hammer head dimensions:			
Diameter	mm	17,5	17,5
Length	mm	61	61
Weight	gram	100	100
Length of handle	mm	188	188
Connector	type	BNC neg.	BNC neg.